



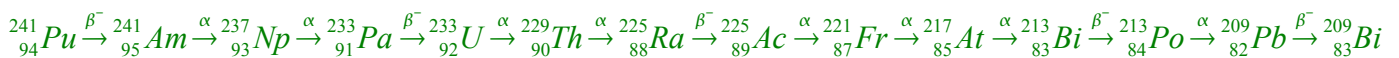
Lösung

1 Beschießt man ${}^{238}_{92}\text{U}$ mit α -Teilchen, so entsteht unter Aussendung eines Neutrons ein neuer Kern. Dieser Kern ist Beginn einer Zerfallsreihe.

- a) Bestimmen Sie das Element mit der größten Ordnungszahl in dieser Zerfallsreihe.
- b) Geben Sie den vollständigen Zerfallsprozess (Isotope und Zerfallsarten) bis zum Erreichen eines stabilen Isotops an.

Reaktionsgleichung: ${}^{238}_{92}\text{U} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{242}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{241}_{94}\text{Pu} + {}^1_0\text{n}$ Start der Zerfallsreihe ist also bei ${}^{241}_{94}\text{Pu}$.

b)



a) Das Element mit der größten Ordnungszahl ist ${}^{241}_{95}\text{Am}$, ein vielfach eingesetzter α -Strahler.

2 In der Karlskapelle in Aachen hat man einen Knochen gefunden, von dem man annimmt, er gehöre Karl dem Großen (Karl der Große wurde am 25. Dezember 800 von Papst Leo III. in Rom zum römischen Kaiser gekrönt).

Die C-14-Methode soll zur Entscheidung der Echtheit angewendet werden.

Man weiß, dass in den letzten 2000 Jahren das Verhältnis von C-14 zu C-12 etwa $1:10^{12}$ betrug. Im Knochen misst man das Verhältnis $0,95:10^{12}$.

Entscheiden Sie mit Hilfe einer Berechnung, ob der Knochen zu Karl dem Großen gehört haben kann.

Benutzt wird die Formel zum Zerfallsgesetz (Formelsammlung): $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ mit $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{\ln 2}{5760\text{a}}$

Da es nur auf Verhältnisse ankommt, kann mit $N=0,95$ und $N_0=1$ gerechnet werden:

$$0,95 = 1 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln 0,95 = -\lambda t \Rightarrow t = -\ln 0,95 \cdot \frac{5760\text{a}}{\ln 2} = 426\text{a}$$

Da Karl der Große lange vor dem 16. Jahrhundert gelebt hat, kann es sich bei dem Fund nicht um seinen Knochen handeln.

Setzt man für t den Wert -1200a ein, so ergibt sich $N=0,87$. Also kann auch ein möglicher Rundungsfehler kein anderes Urteil über den Knochen ergeben.

3 Wasserstoff tritt in der Natur in den 3 Isotopen ${}^1_1\text{H}$, ${}^2_1\text{H}$ und ${}^3_1\text{H}$ auf.

Das Isotop ${}^2_1\text{H}$ nennt man Deuterium.

Deuterium lässt sich mit γ -Strahlung genügend hoher Energie aufspalten.

Berechnen Sie die für die Aufspaltung benötigte Energie und berechnen Sie die größtmögliche Wellenlänge der benutzten γ -Strahlung.

Berechnung des Massendefektes beim Zusammenfügen von p und n zu H-2 :

$$\Delta m = m_p + m_n - m_{H-2} = 1,0072765 \cdot u + 1,0086649 \cdot u - 2,0135534 \cdot u = 0,002388 \cdot u = 3,965 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

Daraus ergibt sich eine Bindungsenergie von $E = \Delta m \cdot c^2 = 3,564 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 2,224 \text{ MeV}$

Diese Energie ist nötig, um das H-2-Molekül aufzuspalten.

Die Wellenlänge eines γ -Quants der entsprechenden Wellenlänge berechnet sich aus

$$W = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{W} = 5,57 \cdot 10^{-13} \text{ m} = 0,557 \text{ pm}.$$

Natürlich würden auch γ -Quanten höherer Energie und entsprechend kürzerer Wellenlänge das Molekül aufspalten können.

4 Eine schonende Methode Tumore im Kopf zu zerstören besteht in der Bestrahlung mit Schwerionen.

Dabei werden Kohlenstoffkerne C-12 mit hoher Geschwindigkeit (180 000 km/s) auf den Tumor geschossen. Die gesamte notwendige Energiedosis beträgt dabei 60 Gy (Gray).

- Es soll ein Tumor der Masse 100 g zerstört werden. Berechnen Sie, wie viele C-12-Atome dazu notwendig sind.
- Kohlenstoff hat wie α -Teilchen und alle schweren Kerne einen Qualitätsfaktor von 20. Berechnen Sie die auf den Tumor wirkende Äquivalentdosis in der Einheit Sievert und vergleichen Sie das Ergebnis mit folgender Aussage: „Eine den ganzen Menschen beeinflussende Strahlung mit 6 Gy führt mit großer Sicherheit zum Tod“.

Die Energiedosis D berechnet sich aus der aufgenommenen Energie E und der bestrahlten Tumor-

Masse m_T :
$$D = \frac{E}{m_T}$$

Die Energie ist die kinetische Energie $E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_C \cdot v^2$ der Kohlenstoffatome.

Ein Atom C-12 hat etwa die Masse $m_{C-12} = 12 \cdot u = 12 \cdot 1,6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,9926482 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$

a) Um die Anzahl der C-12-Atome berechnen zu können, muss zunächst m_C bestimmt werden:

$$m_C = \frac{2 \cdot E_{kin}}{v^2}$$

$$\text{Mit } E_{kin} = E = D \cdot m_T \text{ ergibt sich } m_C = \frac{2 \cdot D \cdot m_T}{v^2} = \frac{2 \cdot 60 \text{ Gy} \cdot 0,1 \text{ kg}}{\left(1,8 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 3,7 \cdot 10^{-16} \text{ kg}$$

$$\text{Die Anzahl der C-12-Atome ergibt sich aus } \frac{m_C}{m_{C-12}} = \frac{3,7 \cdot 10^{-16}}{1,9926482 \cdot 10^{-26}} = 1,86 \cdot 10^{10}.$$

b) Die Äquivalentdosis H berechnet sich aus der Energiedosis D multipliziert mit dem Qualitätsfaktor q : $H = D \cdot q = 60 \text{ Gy} \cdot 20 = 1200 \text{ Sv}$

1200 Sv übersteigt die letale Dosis von 6 Gy (in diesem Fall also $6 \text{ Gy} \cdot 20 = 120 \text{ Sv}$ um das 10-fache. Dass die Schwerionen-Methode dennoch „schonend“ genannt wird, liegt daran, dass die genannte Dosis 6 Gy als Ganzkörperdosis aufgefasst wird, während die Bestrahlung nach der Schwerionenmethode nur auf den zu entfernenden, also abzutötenden, Tumor gezielt ist.

5 γ -Strahlung wird in Luft nicht messbar absorbiert. In Blei dagegen misst man je nach Dicke eine Absorption.

a) Im Abstand von 10 cm vor einem γ -Strahler werden unterschiedlich dicke Bleiplatten angebracht und dann die Zählrate N der durchgehenden γ ermittelt. Messergebnisse:

Dicke d des Absorbers in mm	0	2	5	10	20	30
Zählrate N in 1/s	50	41	31	19	7	3
$\ln N$	3,912	3,714	3,434	2,944	1,946	1,099

Ermitteln Sie die Halbwertdicke $d_{\frac{1}{2}}$ von Blei, d. h. die Dicke, bei der nur noch die Hälfte der γ -Quanten durch den Absorber dringen kann.

Tragen Sie dazu in einem Diagramm die Daten halblogarithmisch auf, d. h. auf der einen Achse die gemessenen Werte, auf der anderen Achse die natürlichen Logarithmen der gemessenen Werte. Ermitteln Sie dann wie im Unterricht besprochen die Halbwertdicke

mit Hilfe der Formel $N(d) = N(0) \cdot e^{-\frac{\ln 2}{d_{\frac{1}{2}}} \cdot d}$.

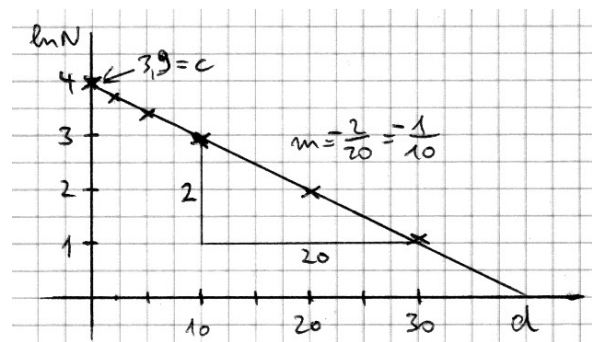
Auswertung mit halblogarithmischem Papier:

Wird N logarithmisch abgetragen, so ergibt sich eine Gerade: $\ln y = m \cdot d + c \Rightarrow y = e^c \cdot e^{m \cdot d}$

Aus der Zeichnung ergeben sich $c = 3,9$ und $m = -\frac{1}{10}$

Also: $e^c = 3,9 \Rightarrow c = \ln 3,9 \approx 1,36$ und

$$-\frac{\ln 2}{d_{\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{10} \Rightarrow d_{\frac{1}{2}} = 10 \cdot \ln 2 = \ln 2^{10} \approx 6,93$$



Die Halbwertdicke beträgt also etwa 7mm.

b) Ohne Absorber wird nun in verschiedenen Abständen r vom γ -Präparat die Zählrate N ermittelt. Messergebnisse:

Abstand r vom Präparat in cm	5	10	15	20	25
Zählrate N in 1/s	200	50	22	12	8
$\ln r$	1,609	2,303	2,708	2,996	3,219
$\ln N$	5,298	3,912	3,091	2,485	2,079

Tragen Sie die Messergebnisse in einem Koordinatensystem auf, und zwar auf beiden Achsen die natürlichen Logarithmen der Messwerte.

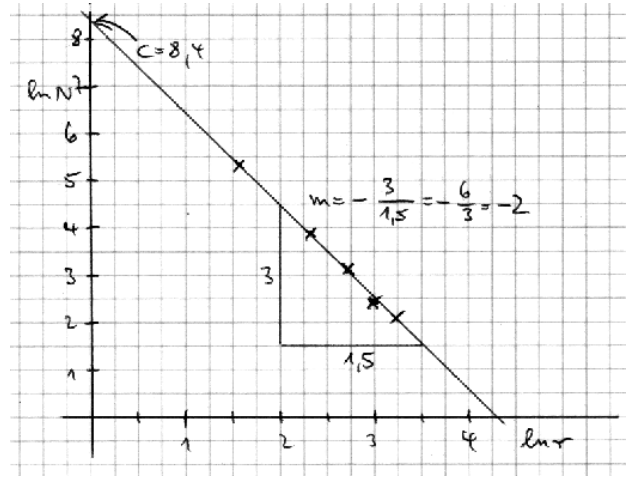
Zeigen Sie, dass mit dem Ansatz $\ln N = m \cdot \ln r + c$ für eine Gerade in der doppellogarithmischen Darstellung eine Beziehung der Art $N(r) = N(1) \cdot r^n$ ermittelt werden kann.

Berechnen Sie $N(1)$ und n für diese Messung.

$$\ln N = m \cdot \ln r + c \Rightarrow N = e^{m \cdot \ln r + c} = e^c \cdot e^{\ln r^m} = e^c \cdot r^m$$

mit $N(1) = e^c = e^{8,4} \approx 4450$ und $n = m = -2$

also: $N(r) = 4450 \cdot \frac{1}{r^2}$



Massen ausgewählter Teilchen:

Elektron e $9,1093897 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Neutron n $1,0086649 \cdot u$

Proton p oder ${}^1_1\text{H}$ $1,0072765 \cdot u$

Deuterium ${}^2_1\text{H}$ $2,0135534 \cdot u$

α -Teilchen ${}^4_2\text{He}$ $4,001506 \cdot u$

$$1 u = 1,6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

**Viel Erfolg bei der
Bearbeitung der
Aufgaben!**