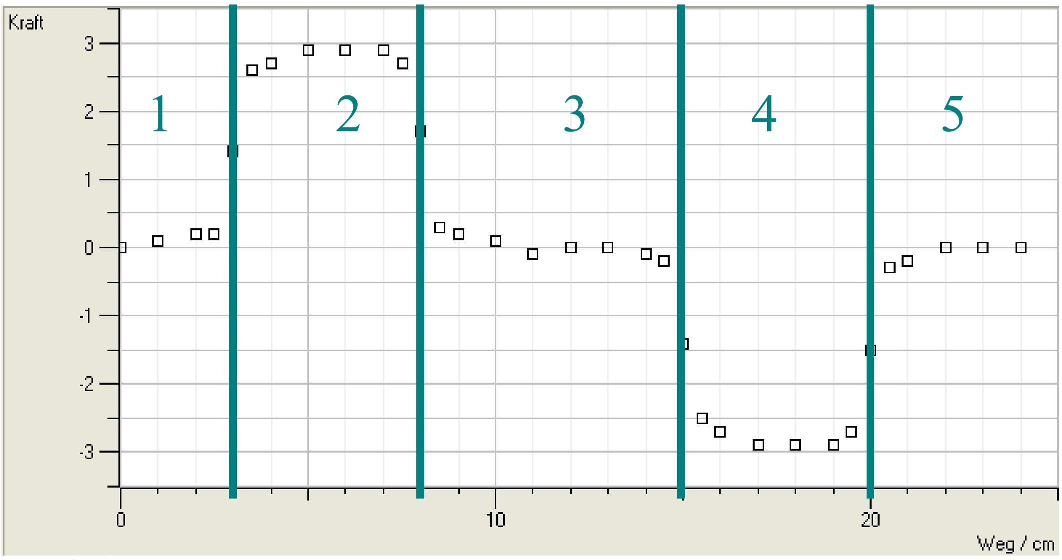
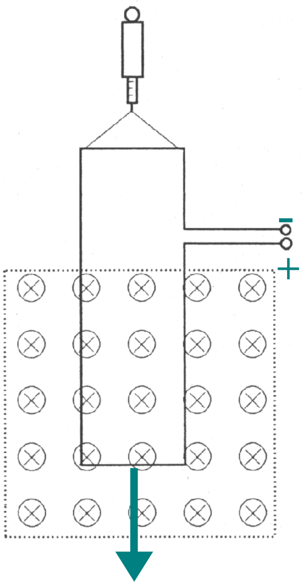
Lösung

1





Eine rechteckige Spule wird von Strom durchflossen. Sie hängt an einem Kraftmesser und befindet sich entweder außerhalb oder teilweise innerhalb einer anderen Spule, die quadratischen Querschnitt hat.
Die quadratische Spule erzeugt ein in der Abbildung angedeutetes Magnetfeld.
Die rechteckige Spule ist so hoch, dass sie nicht ganz in die quadratische Spule hineinpasst.
Die Querschnittsflächen der Spulen sind parallel zueinander.
Die rechteckige Spule wird von oben kommend in den Bereich der quadratischen Spule abgesenkt. Der Ort ist als Weg in der graphischen Darstellung abzulesen.
An jedem Ort wird die auf die rechteckige Spule zusätzlich zur Gewichtskraft wirkende Kraft gemessen. Diese ist in Skalenteilen (nicht Newton!) ebenfalls aus dem Graphen abzulesen.
Daten der Spulen:

	rechteckige Spule	quadratische Spule
Windungszahl	150	240
Stromstärke	0,5 A	1,0 A
Spulenlänge	kurz	30 cm

a) Zeichnen Sie den + und - Pol für die Spannung der schmalen rechteckigen Spule ein.
Positive Kraftwerte bedeuten Kraft nach unten, negative Kraftwerte Kraft nach oben.

Da die Kraft nach unten wirkt, muss auf Grund der Linken-Hand-Regel der Minuspol oben und der Pluspol unten sein.

b) Deuten Sie das Zustandekommen der Messwerte und ordnen Sie die einzelnen Teile der Messkurve den einzelnen Phasen bei der Messung zu. Die Wegstrecke wird von oben nach unten gemessen.

- *Im Bereich 1 ist die rechteckige Spule noch außerhalb des Magnetfeldes. Deshalb wirkt keine Kraft.*
- *Im Bereich 2 ist der untere Teil der rechteckigen Spule im Magnetfeld. Deshalb wirkt entsprechend der eingezeichneten Polung eine Kraft auf den unteren waagrechten Teil der Spule und damit auch auf die ganze Spule nach unten.*

- *Im Bereich 3 hat der untere Teil der rechteckigen Spule das Magnetfeld verlassen, der obere waagrechte Teil ist noch nicht ins Magnetfeld gelangt. Da auf die senkrechten Teile nur Kräfte in horizontaler Richtung wirken, die sich darüber hinaus wegen gleicher Leiterlängen und gegensätzlichem Stromfluss aufheben, wirkt auf die Spule keine wirksame Kraft in vertikaler Richtung.*
- *Im Bereich 4 ist der obere Teil der rechteckigen Spule ins Magnetfeld eingetaucht. Auf Grund der Polung wirkt nun auf die Spule eine Kraft nach oben, die Schraubenfeder des Kraftmessers entspannt sich.*
- *Im Bereich 5 hat die rechteckige Spule das Magnetfeld gänzlich nach unten verlassen. Es wirkt nun keine Kraft mehr auf die Spule.*

c) Bestimmen Sie die Seitenlängen der rechteckigen und der quadratischen Spule.
Die Seiten der rechteckigen Spule verhalten sich wie 1:4.

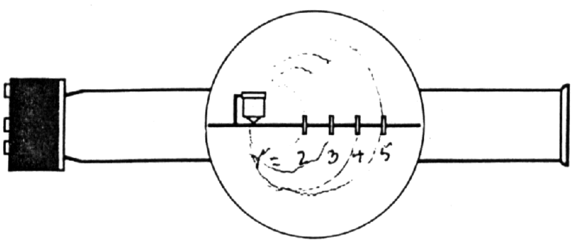
- *Aus dem Messgraphen entnimmt man, dass die untere Begrenzung der rechteckigen Spule bei 3 cm in das Magnetfeld eintritt und bei 8 cm das Feld wieder verlässt. Die obere Begrenzung der Spule tritt bei 15 cm in das Feld ein und bei 20 cm aus dem Feld aus. Daraus ergibt sich ein 5 cm langer Weg im Magnetfeld. Da das Magnetfeld quadratisch ist, hat es also die Seitenlängen 5 cm.*
- *Vom Eintritt des unteren Endes der rechteckigen Spule (bei 3 cm) bis zum Eintritt des oberen Endes (bei 15 cm) in das Magnetfeld sind es 12 cm. Das ist die Länge der rechteckigen Spule. Da das Verhältnis der Seitenlängen 1 : 4 ist, muss die andere Spulenseite 3 cm lang sein.*

d) Berechnen Sie die maximal auf die rechteckige Spule wirkende Kraft.

In der folgenden Rechnung kennzeichnet der Index 1 rechteckige Spule und der Index 2 die quadratische Spule.
Die Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter berechnet sich nach der Formel $F = I_1 \cdot l_1 \cdot B$.
Die wirksame Leiterlänge l_1 ist Breite der Spule mal Windungszahl, also $3\,cm \cdot 150 = 4{,}5\,m$.
Die magnetische Flussdichte B berechnet sich aus $B = \mu_0 \cdot \frac{I_2 \cdot n_2}{l_2}$.

Es gilt also $F = \frac{I_1 \cdot l_1 \cdot \mu_0 \cdot I_2 \cdot n_2}{l_2} = \frac{0{,}5\,A \cdot 4{,}5\,m \cdot 1{,}26 \cdot 10^{-6} \frac{V \cdot s}{A \cdot m} \cdot 1\,A \cdot 240}{0{,}3\,m} = 2{,}27 \cdot 10^{-3}\,N$.

2



Nebenstehende Abbildung zeigt eine Röhre, die sich in einem homogenen Magnetfeld befindet, dessen Feldlinien senkrecht zur Papierebene verlaufen.
In der Röhre befindet sich links eine Vorrichtung, in der Elektronen aus einem Glühdraht freigesetzt und anschließend durch eine angelegte Spannung U beschleunigt werden. Die Elektronen treten senkrecht nach unten aus dem Zylinder aus.
Anschließend bewegen sich die Elektronen auf Kreisbahnen und treffen bei der Versuchsdurchführung durch geeignet eingestellte Beschleunigungsspannungen an vier verschiedenen Markierungen am waagrechten Draht auf.
Messwerte:

Radius r der Kreisbahn in cm	2	3	4	5
Beschleunigungsspannung U in V	45	100	185	290
Geschwindigkeit der Elektronen in m/s	3,98E+006	5,93E+006	8,07E+006	1,01E+007

a) Berechnen Sie die Geschwindigkeiten, mit denen die Elektronen die Beschleunigungsanlage verlassen.

Die kinetische Energie der Elektronen beim Verlassen des Beschleunigungsfeldes beträgt $W_{Kin} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2$.

Diese Energie erhalten die Elektronen durch die Beschleunigung mit der Spannung U: $W = e \cdot U$.

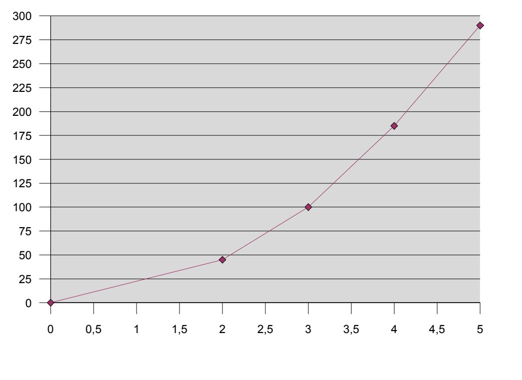
Also gilt $e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2$ *und aufgelöst nach v:* $v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m_e}}$.

Die sich aus dieser Formel ergebenden Gechwindigkeiten sind in obenstehender Tabelle berechnet.

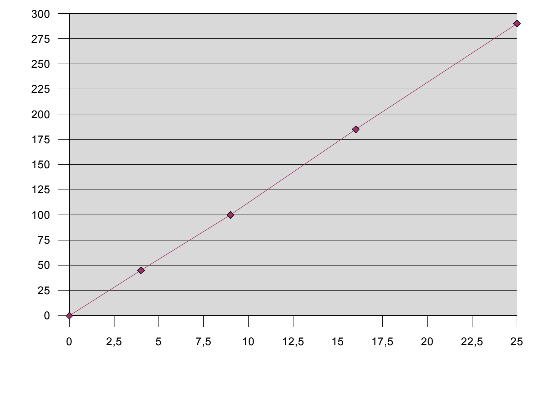
b) Beschreiben Sie eine Methode, mit der man die funktionale Beziehung zwischen r und U finden kann und ermitteln Sie damit diese Beziehung.

Oft ist es am einfachsten, die Messwerte graphisch darzustellen und daraus den Typ der zugehörigen Funktion zu ermitteln. Bei einer Ursprungsgerade liegt z. B. eine Proportionalität vor, bei einer Hyperbel eine Antiproportionalität. Auch eine rechnerische Auswertung der Messwerte kann zum Ergebnis führen, der funktionale Zusammenhang ist dabei aber nicht immer gut zu erkennen.
Da der Graph links Ähnlichkeit mit einer Parabel hat, wird rechts U in Abhängigkeit von r^2 *abgetragen*

Graph: U in Abhängigkeit von r



Graph: U in Abhängigkeit von r^2



Die graphische Auswertung ergibt also $U \sim r^2$.
Rechnerische Auswertung:

Radius r der Kreisbahn in cm	2	3	4	5
r^2 in cm^2	*4*	*9*	*16*	*25*
Beschleunigungsspannung U in V	45	100	185	290
U/r^2 in V/cm^2	*11,25*	*11,11*	*11,56*	*11,60*
Mittelwert für U/r^2 in V/cm^2	*11,38*			

Die Vermutung $U \sim r^2$ *bestätigt sich, da die untersuchten Größen quotientengleich sind.*

c) Bekannt sind die Masse eines Elektrons ($m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg$) , die Ladung eines Elektrons ($e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$) und die Werte aus der Messtabelle.
Gesucht ist der Wert der magnetischen Flussdichte B des Magnetfeldes, durch das die Elektronen auf die Kreisbahn gelenkt werden.
Berechnen Sie diesen Wert unter Zuhilfenahme aller Messwerte, indem Sie zunächst die Berechnungsformel allgemein aufstellen und dann die Werte einsetzen und den Wert von B berechnen.

Im Magnetfeld sind für die Elektronen die Zentripetalkraft und die Lorentzkraft identisch:

$$F_Z = \frac{m_e \cdot v^2}{r} = F_L = e \cdot v \cdot B \;\Rightarrow\; \frac{m_e \cdot v^2}{r} = e \cdot v \cdot B \;\Rightarrow\; \frac{m_e \cdot v}{r} = e \cdot B \;\Rightarrow\; B = \frac{m_e \cdot v}{e \cdot r}$$

Aus Aufgabenteil a kann man die Geschwindigkeit der Elektronen übernehmen: $v=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U}{m_e}}$

Eingesetzt in die Formel für B ergibt sich die gesuchte Bestimmungsgleichung für B und mit den eingesetzten Werten der gesuchte Wert von B:

$$B=\frac{m_e\cdot\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U}{m_e}}}{e\cdot r}=\frac{\sqrt{2\cdot m_e\cdot U}}{\sqrt{e}\cdot r}=\frac{\sqrt{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\,kg}\cdot\sqrt{U}}{\sqrt{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C}\cdot r}$$

Als Mittelwert für den Quotienten $\frac{U}{r^2}$ *ergibt sich aus Teil b* $11{,}38\frac{V}{cm^2}=113800\frac{V}{m^2}$.

Daraus folgt $\frac{\sqrt{U}}{r}=\sqrt{113800}\cdot\frac{\sqrt{V}}{m}$.

Eingesetzt in die Gleichung für B ergibt sich $B=1{,}14\cdot 10^{-3}\,T$.

3

Die magnetische Feldstärke der Erde beträgt bei uns etwa $H=15\frac{A}{m}$.

a) Berechne Sie, durch welche Spule ein genau so starkes Magnetfeld erzeugt würde. Sinnvolle Lösung (Bau der Spule, Stromstärke) angeben.

Es gilt $H=\frac{I\cdot n}{l}$*, hier sind also für die Gleichung* $\frac{I\cdot n}{l}=15\frac{A}{m}$ *sinnvolle Werte für I, n und l zu finden. Handelsübliche Schul-Demonstrationsspulen haben z. B. die Werte l = 5 cm und n = 300. Daraus ergibt sich* $I=15\frac{A}{m}\cdot\frac{l}{n}=\frac{15\cdot 0{,}05}{300}A=2{,}5\cdot 10^{-3}\,A=2{,}5\,mA$

b) Durch einen langen geraden Leiter fließt ein Strom der Stärke 15 A. Berechnen Sie, in welcher Entfernung vom Leiter das Magnetfeld des Leiters genau so stark wie das Erdmagnetfeld ist.

Für eine geraden Leiter gilt $H=\frac{I}{2\pi r}$. *Also hier* $r=\frac{I}{2\pi H}=\frac{15}{2\pi\cdot 15}m=\frac{1}{2\cdot\pi}m\approx 0{,}16\,m$.

4

Ein 30 cm langer Leiter wird in einem Magnetfeld der Stärke 0,06 T von einem Strom der Stärke 1,5 A durchflossen. Dabei wird auf ihn die Kraft 9 mN ausgeübt.
Berechnen Sie den Winkel zwischen dem Leiter und den magnetischen Feldlinien.

Es gilt $F=I\cdot l\cdot B\cdot\sin\alpha=1{,}5\cdot 0{,}3\cdot 0{,}06\,N\cdot\sin\alpha=0{,}009\,N \Rightarrow \sin\alpha=\frac{1}{3} \Rightarrow \alpha\approx 19{,}5\,°$

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben !

Formeln

$W_{kin}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$; $F_z=m\cdot a_z=m\cdot\frac{v^2}{r}$; $\omega=\frac{2\pi}{T}$; $f=\frac{1}{T}$; $v=\omega\cdot r$; $U=\frac{W}{Q}$;

$C=\frac{Q}{U}$; $E=\frac{F}{Q}$; $U=E\cdot d$; $F=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{r^2}$; $C=\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}$; $W=\frac{Q_1\cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0}\cdot\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right)$;

$\sigma=\epsilon_0\cdot E$; $I=\frac{Q}{t}$; $\sigma=\frac{Q}{A}$; $B=\frac{F}{Q\cdot v}$; $F=Q\cdot v\cdot B=I\cdot l\cdot B$; $F=I\cdot l\cdot B\cdot\sin\alpha$;

$H=\frac{I\cdot n}{l}$; $B=\mu_0\cdot H$; $B=\frac{\mu_0\cdot I}{2\pi r}$;

$g=9{,}81\frac{m}{s^2}$; $\epsilon_0=8{,}85\cdot 10^{-12}\frac{C}{V\cdot m}$; $\mu_0=1{,}26\cdot 10^{-6}\frac{V\cdot s}{A\cdot m}$