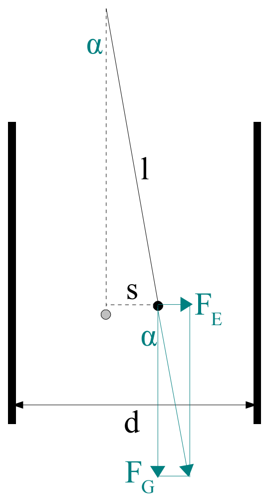
Lösung

1 An einem Plattenkondensator (Plattenabstand d = 20 cm) liegt die Spannung U = 8000 V.
Im Innern des Plattenkondensators hängt an einem Faden der Länge l = 1,20 m eine Kugel, die mit der Ladung $Q = 2 \cdot 10^{-8}$ C geladen ist.
Die Kugel wird auf Grund der Wirkung des elektrischen Feldes um s = 4 cm zur Seite ausgelenkt.
Berechnen Sie die Masse der Kugel.



Die Kugel wird durch die elektrische Kraft F_E nach rechts und durch die Gewichtskraft F_G nach unten gezogen. Die resultierende Kraft zeigt in die Verlängerung des Fadens.

Es gilt $\sin\alpha = \frac{s}{l}$ *und* $\tan\alpha = \frac{F_E}{F_G}$. *Da α sehr klein ist (wegen $s \ll l$), gilt in Näherung* $\sin\alpha = \tan\alpha$, *also* $\frac{s}{l} = \frac{F_E}{F_G} = \frac{Q \cdot E}{m \cdot g}$. *Aufgelöst nach m ergibt sich* $m = \frac{Q \cdot E \cdot l}{s \cdot g}$. *Wegen $U = E \cdot d$ gilt* $E = \frac{U}{d}$. *Also ergibt sich für m die Formel:*

$$m = \frac{Q \cdot U \cdot l}{d \cdot s \cdot g} = \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot 8000 \cdot 1{,}2}{0{,}2 \cdot 0{,}04 \cdot 9{,}81} = 0{,}0024\,kg = 2{,}4\,g\,.$$

---

2 Lösen Sie diese Aufgabe für die beiden Fälle, dass die Vorzeichen der Ladungen bei beiden Kugeln a) gleich, b) verschieden sind.
Eine Kugel 1 mit der Ladung Q_1 ist fest im Raum verankert. Die Befestigung hat auf die kommenden Überlegungen keine Auswirkungen.
Eine Kugel 2 mit der Ladung Q_2 und der Masse m_2 wird so in der Umgebung der Kugel 1 angeordnet, dass sie im Zusammenwirken von elektrischer Kraft und Gravitationskraft in Ruhe schwebt.

a) Geben Sie die Lage der Kugel 2 und den Abstand von der Kugel 1 an.
b) Untersuchen Sie, ob die beiden Lagen stabil sind, d. h. ob kleine Auslenkungen aus der Ruhelage den Ort der Kugel nicht wesentlich beeinflussen.

$Q_1 = 1 \cdot 10^{-6}$ C ; $Q_2 = 1{,}4 \cdot 10^{-9}$ C ; $m_2 = 0{,}5$ g

zu a):
Wenn die Kugeln beide positiv oder beide negativ geladen sind, muss sich die bewegliche Kugel 2 direkt oberhalb der festen Kugel 1 befinden, da dann die abstoßende elektrische Kraft der Gewichtskraft entgegengesetzt gerichtet ist.
Ist eine Kugel positiv und die andere negativ geladen, muss sich die Kugel 2 direkt unterhalb der Kugel 1 befinden, da dann die anziehende elektrische Kraft der Gewichtskraft entgegengesetzt gerichtet ist.
Der gesuchte Abstand ist in beiden Fällen gleich groß, da nur das Vorzeichen bei der elektrischen Kraft für das radialsymmetrische Feld verschieden ist.
Für die Beträge der Kräfte gilt nach dem oben Gesagten: $F_E = F_G$.

Es gilt $F_E=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{r^2}$ *und* $F_G=m\cdot g$ *. Also:* $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{r^2}=m\cdot g \Rightarrow r^2=\frac{Q_1\cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 m g}$

$r=\sqrt{\frac{Q_1\cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 m g}}=\sqrt{\frac{1\cdot 10^{-6}\cdot 1{,}4\cdot 10^{-9}}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0\cdot 5\cdot 10^{-4}\cdot 9{,}81}}m=0{,}05\,m=5\,cm$.

Die Mittelpunkte der beiden Kugeln sind also im gesuchten Fall 5 cm voneinander entfernt.
Die beiden Lagen sind nicht stabil:
1. Fall: Die Kugeln sind mit Ladung gleicher Polarität geladen, Kugel 2 oberhalb der Kugel 1. Bei einer kleinen Abweichung nach oben oder unten wird sich die Kugel wieder auf ihre Lage einpendeln: Wenn sie höher ist, wird sie nicht so stark abgestoßen, sie fällt also nach unten. Wenn sie tiefer ist, wird sie stärker abgestoßen und deshalb angehoben. Aber:
Bei einer seitlichen Auslenkung wird die Kugel 2 durch die abstoßende Kraft immer weiter zur Seite gedrückt, so dass sie abstürzen muss. Da eine seitliche Ablenkung nicht zu verhindern ist, fällt also die Kugel binnen kurzer Zeit herunter.
2. Fall: Die Kugeln sind mit Ladung unterschiedlicher Polarität geladen, Kugel 2 unter Kugel 1. Sobald sich der Abstand der Kugelmittelpunkte auch nur geringfügig ändert, ganz gleich, ob in senkrechter Richtung oder zur Seite, wird die Kugel 2 entweder abstürzen (Abstand war zu groß, anziehende Kraft reichte nicht mehr zur Kompensation der Gewichtskraft aus) oder zur Kugel 1 hingezogen werden (Abstand war zu klein, Anziehungskraft ist größer als Gewichtskraft).

---

3 Für die Feldstärke eines geladenen Hohlzylinders gilt: $E=\frac{1}{2\pi\epsilon_0 l}\cdot\frac{Q}{r}$

a) Leiten Sie diese Beziehung her (mit schriftlicher Begründung des Rechenansatzes).
b) Begründen Sie im Vergleich mit dem homogenen und dem radialsymmetrischen elektrischen Feld, wie sich die Kraft im Hohlzylinderfeld mit wachsendem Abstand ändert, besonders auch im Hinblick darauf, dass in dieser Formel r und nicht r^2 steht.
c) Was kann man über die Gesamt-Feldstärke aussagen, wenn eine geladene Stange durch eine Stange gleicher Bauart und gleicher Ladung auf die doppelte Länge verlängert wird? Begründen Sie Ihre Antwort.

zu a):
Es gilt $E=\frac{1}{\epsilon_0}\cdot\sigma=\frac{1}{\epsilon_0}\cdot\frac{Q}{A}$ *. Nach dem Satz vom Hüllenfluss ist A die Fläche, die den Messpunkt enthält und durch die alle Feldlinien senkrecht hindurchtreten. In diesem Fall ist das ein Zylindermantel im Abstand r von der Achse des gegebenen Hohlzylinders. Hat ein Zylinder den Radius r und die Länge l, so beträgt die Fläche des Zylindermantels A = 2 π r l. In die Formel eingesetzt ergibt sich die in der Aufgabenstellung angegebene Gleichung, wobei die konstanten und variablen Größen getrennt sind.*

zu b):
Im homogenen Feld sind die Feldlinien alle parallel. Deshalb ändert sich die Feldstärke nicht mit dem Radius. r kommt deshalb in der Formel $E=\frac{U}{d}$ *nicht vor.*
Im radialsymmetrischen Feld laufen die Feldlinien in horizontaler wie in vertikaler Richtung auseinander. In z. B. doppelten Abstand vom Zentrum durchsetzen sie dabei eine vierfach so große Fläche und allgemein in r-fachem Abstand eine r^2*-fache Fläche. Damit hat in diesem Abstand die Feldstärke dann auch nur noch den* $\frac{1}{r^2}$ *-fachen Wert. Folglich steht in der Formel* r^2 *im Nenner.*
Im Feld des Hohlzylinders gehendie Feldlinien nur in einer Richtung auseinander. In r-facher

Entfernung wird damit auch nur eine r-fache Fläche durchsetzt. Die Feldstärke sinkt dabei auf $\frac{1}{r}$ *ihres Wertes. In der Formel steht deshalb r im Nenner.*

zu c):
Die verlängerte Stange hat die doppelte Ladung und die doppelte Länge. Es gilt auf Grund der Formel: $E=\frac{1}{2\pi\epsilon_0 2l}\cdot\frac{2Q}{r}=\frac{1}{2\pi\epsilon_0 l}\cdot\frac{Q}{r}$ *, die Feldstärke hat sich also nicht geändert.*
Man kann das auch daran erkennen, dass sich die Flächenladungsdichte nicht geändert hat.
Anschaulich: Die Feldlinien der aufgesetzten Stange verlaufen senkrecht zur Zylinderachse und beeinflussen deshalb auch nicht das Feld des ursprünglich vorhandenen Zylinders.

4

Im elektrischen Feld eines Plattenkondensators, dessen Platten den Abstand d = 10 m haben, sollen Elektronen auf die Geschwindigkeit v = 200000 km/s beschleunigt werden.

a) Berechnen Sie, welche Spannung mindestens an die Platten angelegt werden muss.

b) Nun soll die Apparatur so weit wie möglich verkleinert werden. Man muss dabei beachten, dass der Abstand der Kondensatorplatten pro 1000 V mindestens 1 cm betragen muss, damit kein Funke überspringt.
Berechnen Sie den kleinstmöglichen Abstand der Platten und geben Sie die für diesen Fall benötigte Spannung an.

zu a):
Die aufzuwendende Arbeit (und damit dann gespeicherte Energie) beim Transport eines Elektrons von einer Platte zur anderen beträgt $W=F\cdot s=Q\cdot E\cdot d=e\cdot E\cdot d$ *.*
Im Plattenkondensator gilt $E=\frac{U}{d}$ *. Also:* $W=e\cdot\frac{U}{d}\cdot d=e\cdot U$ *. Man sieht hier schon (vergleiche bei b)), dass der Abstand der Platten aus der Formel herausfällt.*
Diese Energie ist gleich der kinetischen Energie des Elektrons beim Auftreffen auf die zweite Platte: $e\cdot U=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$ *.Auflösen nach U ergibt:* $U=\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{e}\cdot v^2$ *.*
Setzt man die Elektronenladung und die Elektronenmasse (siehe Formelsammlung) ein, so erhält man: $U=\frac{1}{2}\cdot\frac{9{,}1093897\cdot 10^{-31}}{1{,}602177\cdot 10^{-19}}\cdot\left(2\cdot 10^{8}\right)^{2}V=113700\,V\approx 114\,kV$

zu b):
Wie unter a) gezeigt, kommt der Plattenabstand d gar nicht in der Formel vor, d. h. die benötigte Spannung ist für jeden Abstand gleich groß. Die Größe des Abstandes richtet sich also nur nach der Nebenbedingung. Da pro 1000 V mindestens 1 cm Plattenabstand eingeplant werden muss, müssen die Platten einen Abstand von mindestens 1,14 m haben.

---

5 Die Doppeltafeln im Physik-Demonstrationsraum sind metallisch und voneinander elektrisch isoliert angebracht.
Abmessungen der Tafeln: Länge 3 m, Höhe 1m.
Der Abstand der Tafelflächen beträgt 5 cm.
Berechnen Sie, wie viel Ladung auf den Tafeln gespeichert wird, wenn man diese mit einem 9 V-Block auflädt.

Die Tafeln bilden einen Platten-Kondensator mit der Plattenfläche 3 m · 1 m = 3 m² .
Aus den angegebenen Formeln für die Kapazität C folgt $\frac{Q}{U}=\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}$.
Für die Ladung Q ergibt sich also: $Q=\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}\cdot U=8{,}854188\cdot 10^{-12}\cdot\frac{3}{0{,}05}\cdot 9\,C=4{,}78\cdot 10^{-9}\,C$

Formeln:

kinetische Energie einer Masse m: $W_{kin}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$

$C=\frac{Q}{U}$; $E=\frac{F}{Q}$; $U=E\cdot d$; $F=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{r^2}$; $C=\epsilon_0\cdot\frac{A}{d}$; $W=\frac{Q_1\cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0}\cdot\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right)$; $\sigma=\epsilon_0\cdot E$
$I=\frac{Q}{t}$; $\sigma=\frac{Q}{A}$

$g=9{,}81\,\frac{m}{s^2}$