14.05.2001 Klausur 2 Kurs PH12/PH42 Physik Gk/Lk

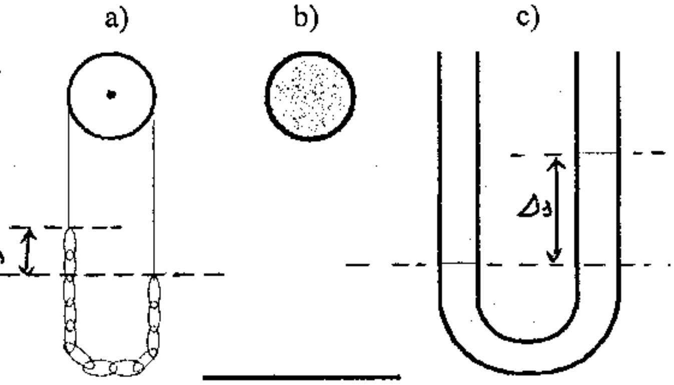
Lösungsblatt

1 Geben Sie jeweils mit Begründung an, ob es sich bei den Versuchen um eine harmonische Schwingung handelt.

a) Eine Kette schwingt an einem Faden über einer losen Rolle.

b) Ein elastischer Ball springt auf einer harten Unterlage.

c) In einem U-förmigen Rohr schwingt eine Wassersäule.



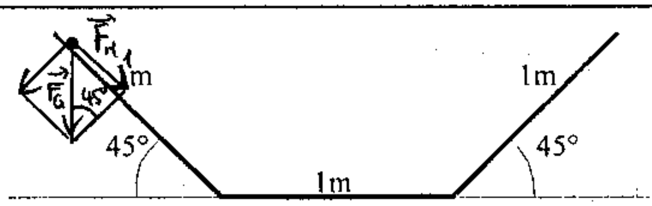
a) Sind die beiden Enden der Kette nicht auf gleicher Höhe, wirkt auf der Seite mit dem längeren Kettenstück die größere Gewichtskraft und diese Seite wird sich nach unten bewegen, auch über die Ruhelage hinaus. Dadurch wiederholt sich dann der Vorgang in umgekehrter Richtung. Da der Höhenunterschied Δs proportional zur Auslenkung s der Kette ist, ist die Schwingung harmonisch.

b) Solange der Ball nicht mit dem Boden in Verbindung ist, ist die wirkende Kraft (= Gewichtskraft) konstant. Die Schwingung ist also nicht harmonisch.

c) Analog zu a). Die Schwingung ist harmonisch.

---

2 Drei 1m lange Bretter sind so wie nebenstehend gezeigt angeordnet. Auf diesen Brettern rollt eine Kugel der Masse 100g immer wieder reibungslos von ganz links oben bis nach ganz rechts oben und wieder zurück. Die Kugel soll an den Knicken der Bahn ihre Richtung ohne jegliche Beeinträchtigung ändern.
Berechnen Sie die Schwindungsdauer der entstehenden Schwingung. (g=10m/s²)



Zeitbedarf für die erste Schräge:

Es gilt: $\frac{F_H}{F_G} = \sin\alpha = \frac{m\cdot a}{m\cdot g} = \frac{a}{g} \Rightarrow a = g\cdot\sin\alpha$

Erläuterung dazu: F_H ist die beschleunigende Kraft ($F = m\cdot a$).

Weg-Zeit-Gesetz für die beschleunigte Bewegung: $s = \frac{1}{2} a t_1^2$

Daraus folgt für die Zeit $t_1 = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2s}{g\cdot\sin\alpha}}$

Mit $s = 1m$; $g = 10\frac{m}{s^2}$; $\alpha = 45°$; $\sin 45° = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ folgt $= \sqrt{\frac{2\cdot 1m}{10\frac{m}{s^2}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{2}{5\cdot\sqrt{2}}}\,s \approx 0{,}53\,s$

Zeitbedarf für das waagrechte Stück:

Weg-Zeit-Gesetz für die geradlinig-gleichförmige Bewegung: $s = v \cdot t_2$

v ist die Geschwindigkeit, die sich am Fuß der Schräge ergibt:

Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz für die beschleunigte Bewegung: $v = a \cdot t_1$

$$\Rightarrow v = a \cdot t_1 = g \cdot \sin\alpha \cdot t_1 = 10\frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{5\cdot\sqrt{2}}}\,s = \sqrt{\frac{20}{\sqrt{2}}}\,\frac{m}{s} \approx 3{,}76\frac{m}{s}$$

$$s = v \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{s}{v} = \frac{1m}{\sqrt{\frac{20}{\sqrt{2}}}\,\frac{m}{s}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{20}}\,s \approx 0{,}27s$$

Teilergebnisse: für die schrägen Strecken wird die Zeit $t_1 = 0{,}53s$,
für die gerade Strecke die Zeit $t_2 = 0{,}27s$ benötigt.

Insgesamt besteht die Schwingungsdauer aus $T = 4 \cdot t_1 + 2 \cdot t_2$

$$\Rightarrow T = 4 \cdot \sqrt{\frac{2}{5\cdot\sqrt{2}}}\,s + 2 \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{20}}\,s = \sqrt{\frac{32}{5\cdot\sqrt{2}}}\,s + \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{5}}\,s \approx 2{,}66$$

Anmerkung: Die exakte Rechnung mit Wurzeln war nicht gefordert. Es hätte Taschenrechnergenauigkeit ausgereicht.

3 Eine Spule (L=1H) und ein Kondensator (C=1F) sind gegeben. Der Ohmsche Widerstand der Spule sei vernachlässigbar klein. Die Wechselstromwiderstände heißen R_L und R_C.

a) Berechnen Sie die Frequenz, bei der RL doppelt so groß ist wie RC.

b) Berechnen Sie die Frequenz, bei der RC doppelt so groß ist wie RL.

c) Zeigen Sie, dass allgemein gilt: Die Frequenz, bei der RC doppelt so groß wie RL ist, ist halb so groß wie die Frequenz, bei der RL doppelt so groß wie RC ist.

$$R_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L \qquad R_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C}$$

a) Bedingung: $R_L = 2 \cdot R_C \Rightarrow 2\pi f_1 \cdot L = 2 \cdot \frac{1}{2\pi f_1 \cdot C} \Rightarrow f_1^2 = \frac{1}{2\pi^2 LC}$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{1}{\pi\sqrt{2LC}} = \frac{1}{\pi\sqrt{2 \cdot 1H \cdot 1F}} = \frac{1}{\pi\sqrt{2}}\,Hz \approx 0{,}225\,Hz$$

b) Bedingung: $R_C = 2 \cdot R_L \Rightarrow \frac{1}{2\pi f_2 C} = 2 \cdot 2\pi f_2 \cdot L \Rightarrow f_2^2 = \frac{1}{8\pi^2 LC}$

$$\Rightarrow f_2 = \frac{1}{\pi\sqrt{8LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2 \cdot 1H \cdot 1F}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}}\,Hz \approx 0{,}1125\,Hz$$

c) zu zeigen ist: $f_2 = \frac{1}{2} \cdot f_1$

aus a) und b) ergibt sich aus der allgemeinen Rechnung:

$\frac{1}{2\pi\sqrt{2}}\,Hz = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\pi\sqrt{2}}\,Hz$. Diese Gleichung stimmt, also ist die Behauptung richtig.

4 Eine Wechselspannung (f=50 Hz) von U=40V wird zuerst an einen Kondensator und dann an eine Spule angelegt. Es wird jeweils die Stromstärke I=0,2A gemessen.

a) Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators.

b) Berechnen Sie die Induktivität der Spule. Bekannt ist, dass der Ohmsche Widerstand der Spule 10 Ω beträgt.

a) es gilt $R_{ges} = \frac{U}{I} = \frac{40V}{0{,}2A} = 200\,\Omega$ $\quad R_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$

$\Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f R_C}$

da $R_{ges} = R_C$, gilt $C = \frac{1 \cdot I}{2\pi f \cdot U}$

$= \frac{1 \cdot 0{,}2A}{2\pi \cdot 50Hz \cdot 40V} = \frac{1}{20000 \cdot \pi} F \approx 1{,}59 \cdot 10^{-5} F$

---

b) hier gilt: $R_{ges} = \sqrt{R_\Omega^2 + R_L^2} = \sqrt{R_\Omega^2 + \omega^2 L^2} = \frac{U}{I}$

$\Rightarrow R_\Omega^2 + 4\pi^2 f^2 L^2 = \frac{U^2}{I^2} \Rightarrow 4\pi^2 f^2 L^2 = \frac{U^2}{I^2} - R_\Omega^2 \Rightarrow L^2 = \frac{\frac{U^2}{I^2} - R_\Omega^2}{4\pi^2 f^2}$

$\Rightarrow L = \frac{\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R_\Omega^2}}{2\pi f} = \frac{\sqrt{\frac{40^2 V^2}{0{,}2^2 A^2} - 100\,\Omega^2}}{2\pi \cdot 50Hz} \approx 0{,}636\, H$

---

5 Eine 20cm lange Spule mit 40 n_1 Windungen wird von einem Strom der Stärke 6A durchflossen. Ganz im Innern dieser Spule befindet sich eine sehr kurze quadratische Spule mit 100 n_2 Windungen und 5cm Seitenlänge, die sich 10 mal in der Sekunde dreht. Die von den Feldlinien durchsetzte Fläche ist dabei zum Zeitpunkt t durch $\hat{A} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ gegeben. Die Drehachse ist so ausgerichtet, dass die induzierte Wechselspannung maximal wird.

a) Berechnen Sie den Scheitelwert $\hat{U}$ der entstehenden Induktionsspannung.

Nun wird bei dem beschriebenen Versuchsaufbau jeweils nur eine Größe geändert. Geben Sie ohne Begründung an, um das Wievielfache sich die Induktionsspannung jeweils ändert, wenn

b) die Länge der felderzeugenden Spule verdreifacht wird.

c) die Windungszahl der felderzeugenden Spule verdoppelt wird.

d) die Stromstärke in der felderzeugenden Spule halbiert wird.

e) die Windungszahl der sich drehenden Spule halbiert wird.

f) die sich drehende Spule doppelt so schnell dreht.

$U_{ind} = -n_2 \cdot \dot{\Phi} = -n_2 (\dot{A} \cdot B + A \cdot \dot{B})$ hier ist $\dot{B} = 0$

für A gilt: $A(t) = \hat{A} \cdot \sin(\omega t) \Rightarrow \dot{A}(t) = \hat{A} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$ $\quad \hat{A} = 25 cm^2$

$B = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot n_1}{l} = \mu_0 \cdot \frac{6A \cdot 40}{0{,}2m} = 1{,}5 \cdot 10^{-3} T$ $\quad \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 10Hz$

$U_{ind} = -n_2 \cdot \underbrace{\hat{A} \cdot 2\pi f \cdot \cos(\omega t)}_{\dot{A}} \cdot \underbrace{\mu_0 \cdot \frac{I \cdot n_1}{l}}_{B} \Rightarrow \hat{U}_{ind} = -n_2 \cdot \hat{A} \cdot 2\pi f \cdot \mu_0 \cdot \frac{I \cdot n_1}{l}$

$= 23{,}675\, mV$

---

aus dieser Gleichung ergeben sich unmittelbar die Faktoren für die Aufgaben b) bis f):

Die Induktionsspannung ändert sich um den Faktor

b) $\frac{1}{3}$; c) 2 ; d) $\frac{1}{2}$; e) $\frac{1}{2}$; f) 2

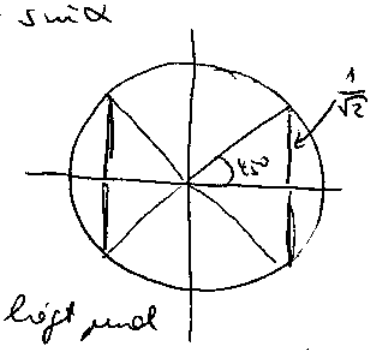
6 Der Zusammenhang zwischen effektiver Spannung U_{eff} und Scheitelspannung $\hat{U}$ bei einer sinusförmigen Wechselspannung ist durch $\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U_{eff}$ gegeben. Berechnen Sie, bei welchen Drehwinkeln die zugehörige Spannung U(t) gleich U_{eff} ist und ermitteln Sie damit, ob die Spannung U(t) längere Zeit größer oder kleiner als U_{eff} ist oder ob beide Fälle jeweils gleich lang andauern.

aus $\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U_{eff}$ folgt $U_{eff} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$

Forderung: $U(t) = U_{eff} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$ und wegen $U(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t)$

gilt: $\frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} = \hat{U} \cdot \sin(\omega t) = \hat{U} \cdot \sin(\alpha) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin\alpha$

Mit Hilfe des Taschenrechners oder der Formelsammlung findet man:



$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ für $\alpha_1 = 45°$; $\alpha_2 = 135°$; $\alpha_3 = 225°$; $\alpha_4 = 315°$ usw.

Da zwischen diesen Winkeln immer genau 90° liegt und da der Winkel proportional zur Zeit wächst, sind die Sinuswerte in gleichlangen Zeiträumen größer und kleiner als $\frac{1}{\sqrt{2}}$.