20.11.2000	Klausur 1	Kurs 12PH41	Physik Gk
20.11.2000	Klausur 2	Kurs 12PH11	Physik Lk

Lösungsblatt

1 **Versuch1:** Bei einem Plattenkondensator wird in Abhängigkeit von der Entfernung d der beiden Platten die elektrische Feldstärke E gemessen.
Versuch 2: Bei einer geladenen Stange wird in Abhängigkeit vom Abstand r von der Stangenmitte die elektrische Feldstärke E gemessen.

Versuchsergebnisse:

zu Versuche 1: Zwei quadratische Platten mit 30 cm Seitenlänge im Abstand d ; Ladung Q = 5,2 nC

d in cm	0,2	0,3	0,4	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
E in kV/m	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,4	6,2	6,0	5,8	5,5	5,2	4,8	4,4	4,1	3,7	3,5	3,2

zu Versuch 2: Stange der Länge L = 1m ; Ladung Q = 23,5 nC ; Messung im Abstand r von der Stangenmitte, senkrecht zur Stangenrichtung gemessen

r in cm	5,0	7,5	10,0	12,5	15,0	17,5	20,0	22,5	25,0	27,5	30,0	32,5	35,0	37,5	40,0
E in kV/m	8,3	5,5	4,1	3,4	2,8	2,4	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9

Aufgaben:

<u>ohne</u> Berücksichtigung der Versuchsergebnisse:

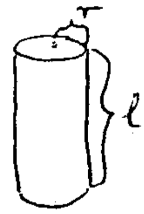
a) Begründen Sie unter Berücksichtigung des Feldlinienverlaufs, dass im Versuch 1 die elektrische Feldstärke E konstant sein müsste und dass im Versuch 2 für die elektrische Feldstärke in Abhängigkeit vom Abstand r von der Stange $E \sim \frac{1}{r}$ gelten müsste.

Bei Versuch 1 (Plattenkondensator) verbinden die Feldlinien gegenüberliegende Ladungen miteinander. Die Feldlinien verlaufen also (idealerweise) parallel. Die Feldstärke müsste demnach überall gleich groß sein.

Bei Versuch 2 (Stange) verlaufen die Feldlinien radial auseinander. Nach dem Strahlensatz haben sie in r fache Entfernung von der Stange den r fachen Abstand, die Feldstärke ist also auf $\frac{1}{r}$ ihres Wertes vermindert.
Entlang der Stange sind die Feldlinien parallel angeordnet (da Feldlinien senkrecht aus dem Leiter austreten). Die Feldstärke ändert sich in Richtung der Stange also nicht.
Die Feldstärke ändert sich also nur in Abhängigkeit von dem Abstand r von der Stange $\rightarrow E \sim \frac{1}{r}$

b) Bestimmen Sie den Proportionalitätsfaktor bei $E \sim \frac{1}{r}$. Gehen Sie dabei analog zum Vorgehen im Unterricht vor, als wir beim radialsymmetrischen Coulomb-Feld das Ergebnis $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ erhielten.

Im Unterricht haben wir die Beziehungen $E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \sigma$ und $\sigma = \frac{Q}{A}$ kennengelernt. Daraus folgt $E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{A}$, wobei Q die Ladung ist, die auf der Fläche A verteilt ist.
Als Fläche können wir hier die Mantelfläche der Stange nehmen (auf die Kappen oben und unten kann man verzichten, wenn man sich die Stange als Rohr vorstellt).



A = Umfang der Stange · Länge der Stange = $2\pi r \cdot l$

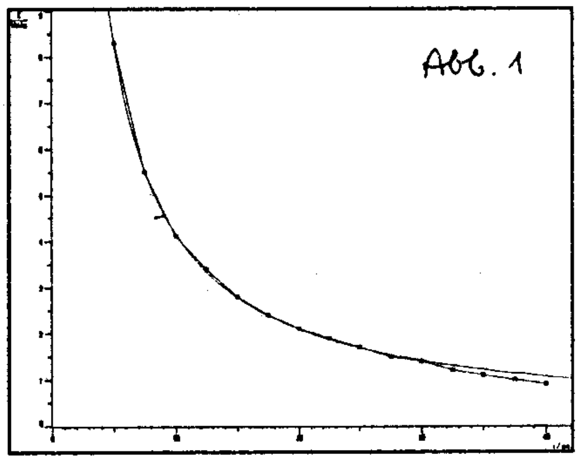
$$\Rightarrow E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{2\pi r l} = \frac{1}{2\pi \varepsilon_0 \cdot l} \cdot \frac{Q}{r}$$

Der Proportionalitätsfaktor ist also $\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 \cdot l}$

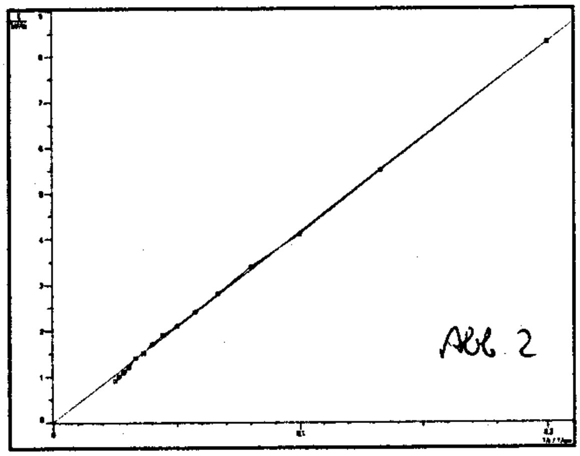
<u>mit</u> Berücksichtigung der Versuchsergebnisse:

c) Werten Sie das Versuchsergebnis 2 zeichnerisch und rechnerisch aus.
Nehmen Sie zu folgenden Fragen Stellung:
Bestätigen oder widerlegen die Versuchsergebnisse Ihre theoretischen Überlegungen unter a)?
Wo treten Abweichungen auf? Warum treten die Abweichungen auf?

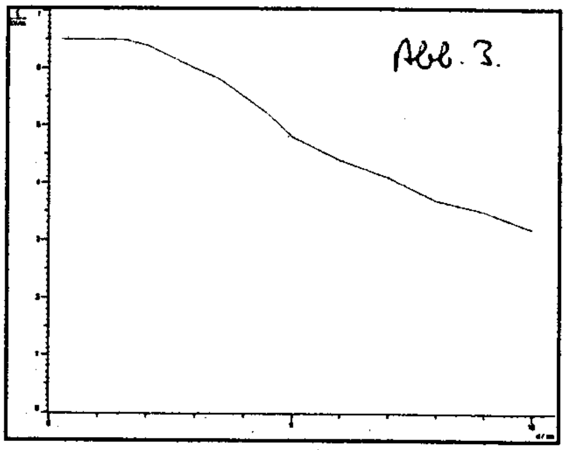
Die Messkurve ist in guter Näherung eine Hyperbel (s. eingezeichnete Hyperbel in Abb. 1). Trägt man E gegen $\frac{1}{r}$ auf, ergibt sich erwartungsgemäß auch eine Gerade. Auch die Tabelle zeigt beim Produkt $E \cdot r$ einen konstanten Wert. Abweichungen treten bei größeren Abständen auf (ab ca. r = 30 cm). Das kommt daher, dass auf Grund der endlichen Stangenlänge die Feldlinien in Stangenrichtung nicht mehr parallel verlaufen. Die Abhängigkeit vom Radius wird sich bei wachsendem r immer mehr zu $E \sim \frac{1}{r^2}$ entwickeln (radialsymmetrisches Feld)



r / cm	E / kV/m	E*r / kV*cm/m
5,0	8,3	41,50
7,5	5,5	41,25
10,0	4,1	41,00
12,5	3,4	42,50
15,0	2,8	42,00
17,5	2,4	42,00
20,0	2,1	42,00
22,5	1,9	42,75
25,0	1,7	42,50
27,5	1,5	41,25
30,0	1,4	42,00
32,5	1,2	39,00
35,0	1,1	38,50
37,5	1,0	37,50
40,0	0,9	36,00



Wert mehr als bei Versuch 2 macht sich in Versuch 1 ein zu großer Abstand zwischen den Platten bemerkbar (Abb. 3) Nur bis zum Abstand von ca. 2 cm bleibt E konstant. Für größere Abstände zeigt sich eine hyperbolische Abhängigkeit. Grund: wegen der begrenzten Plattengröße verlaufen die Feldlinien nicht mehr alle parallel. Für sehr große Abstände liegt näherungsweise ein radialsymmetrisches Feld vor.



d) Bestimmen Sie aus Versuch 2 die Konstante ε_0 möglichst genau. Beachten Sie dabei die Erkenntnisse aus den Teilaufgaben a), b) und c).
(Falls Sie b) nicht gelöst haben sollten, berechnen Sie nur den Proportionalitätsfaktor)

In der Formel $E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 l}\cdot\frac{Q}{r}$ sind bis auf ε_0 alle Größen bekannt oder gemessen. ε_0 lässt sich daher berechnen:

$$\varepsilon_0 = \frac{Q}{2\pi l\cdot r\cdot E}$$

$Q = 23{,}5\,nC$
$l = 1\,m$

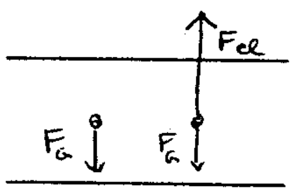
Als Mittelwert ergibt sich für die Messwerte mit $r \leq 30\,cm$:

$$\varepsilon_0 = 8{,}93\cdot 10^{-12}\,\frac{C}{V\cdot m}$$

(Tabellenwert: $\varepsilon_0 = 8{,}854188\cdot 10^{-12}\,\frac{C}{Vm}$)

r / cm	E / kV/m	e0=Q/(2*pi*l*r*E)
5,0	8,3	9,01238834E-0012
7,5	5,5	9,06700888E-0012
10,0	4,1	9,12229552E-0012
12,5	3,4	8,80033215E-0012
15,0	2,8	8,90509801E-0012
17,5	2,4	8,90509801E-0012
20,0	2,1	8,90509801E-0012
22,5	1,9	8,74886822E-0012
25,0	1,7	8,80033215E-0012
27,5	1,5	9,06700888E-0012
30,0	1,4	8,90509801E-0012
32,5	1,2	9,59010555E-0012
35,0	1,1	9,71465237E-0012
37,5	1,0	9,97370977E-0012
40,0	0,9	1,03892810E-0011
Mittelwert für r<=30cm	:	8,93078420E-0012

2 Zwei leichte Styroporkugeln, jede mit der Masse m = 0,01 g, befinden sich zwischen den horizontal ausgerichteten Platten eines Plattenkondensators (Plattenabstand d = 20 cm), der mit der Spannung U = 4 kV aufgeladen ist.
Die eine Kugel ist elektrisch neutral, die andere besitzt die Ladung Q.
Die geladene Kugel steigt auf Grund ihrer Ladung und der daraus folgenden elektrischen Kräfte mit der selben Geschwindigkeit nach oben wie die neutrale Kugel nach unten fällt.
Berechnen Sie den Wert von Q.



Die nicht geladene Kugel wird durch die Gewichtskraft F_G beschleunigt. Damit die geladene Kugel dieselbe Geschwindigkeit nach oben hat, muss sie genau so beschleunigt werden. Die elektrische Kraft muss also doppelt so groß sein wie die Gewichtskraft (Ausgleich der Gewichtskraft und Beschleunigung)
Rechnung auf der nächsten Seite

Rechnung zu 2: $F_{el} = 2 \cdot F_G$ $F_{el} = Q \cdot E \underset{\uparrow}{=} Q \cdot \frac{U}{d}$

$F_G = m \cdot g$ wegen Plattenkondensator

$\Rightarrow Q \cdot \frac{U}{d} = 2 \cdot m \cdot g \quad \Rightarrow Q = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot d}{U}$

$\Rightarrow Q = \frac{2 \cdot 0{,}01g \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}2m}{4000\ V} = \frac{2 \cdot 10^{-5} kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}2m}{4000 V} = 9{,}81 \cdot 10^{-9} C$

Die geladene Kugel trägt die Ladung $Q = 9{,}81 \cdot 10^{-9} C = 9{,}81\ nC$

---

3 Ein Plattenkondensator wird mit der Spannung $U_1 = 500$ V aufgeladen und dann von der Spannungsquelle getrennt. Darauf wird der Zwischenraum des Kondensators durch einen Isolator ausgefüllt. Die Spannung sinkt dabei auf den Wert $U_2 = 172$ V.
Bestimmen Sie durch Rechnung und an Hand der Tabelle den Stoff, der in den Plattenkondensator gebracht wurde.

ε_r-Werte:

Äthylalkohol	26	Glas	5 ... 8	Luft	1,0006	Porzellan	6
Benzol	2,3	Glimmer	6 ... 8	Paraffin	2,3	Glyzerin	43
Bernstein	2,8	Hartgummi	2,9	Petroleum	2	Wasser	81

Der Plattenkondensator hat ohne den Isolator die Kapazität $C_1 = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$, mit dem Isolator die Kapazität $C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$.

Es gilt: $C = \frac{Q}{U}$, also $\frac{C_2}{C_1} = \frac{\frac{Q}{U_2}}{\frac{Q}{U_1}} = \frac{U_1}{U_2}$, aber auch $\frac{C_2}{C_1} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}}{\varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}} = \varepsilon_r$

$\Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \varepsilon_r \Rightarrow \varepsilon_r = \frac{500V}{172V} \approx 2{,}9$. Der Isolator ist also Hartgummi

---

4 Ein Plattenkondensator der Kapazität C = 1 pF wird an eine Hochspannungsquelle mit der Spannung
GK U = 6000 V angeschlossen.
Berechnen Sie, welchen Flächeninhalt die Platten haben müssen, damit eine elektrische Feldstärke von $E = 5 \cdot 10^4$ N/C im Kondensator vorhanden ist.

Es gilt $\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}}$ und $E = \frac{U}{d} \Rightarrow \boxed{d = \frac{U}{E}}$

Zusammen: $C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{\frac{U}{E}} = \varepsilon_0 \cdot \frac{A \cdot E}{U}$. Daraus kann man die Fläche A berechnen: $A = \frac{C \cdot U}{\varepsilon_0 \cdot E} = \frac{10^{-12} F \cdot 6000V}{8{,}854188 \cdot 10^{-12} \frac{C}{Vm} \cdot 5 \cdot 10^4 \frac{N}{C}} = 0{,}01355 m^2$

Der Flächeninhalt beträgt $A = 0{,}01355\ m^2 = 135{,}5\ cm^2$

---

4 Im Mittelalter dachte man, die Sonne würde einmal pro Tag um die Erde kreisen. Beantworten Sie auf
LK Grund dieser Annahme die folgenden Fragen. Die Masse der Sonne sei dabei vernachlässigbar klein.

a) Berechnen Sie, wie groß die Erdmasse sein müsste, wenn der Abstand Erde-Sonne wie in Wirklichkeit $1{,}496 \cdot 10^8$ km wäre. Vergleichen Sie diese Masse mit der wahren Sonnenmasse. Berechnen Sie unter diesen Bedingungen die Bahngeschwindigkeit der Sonne.

Die Gravitationskraft muss gleich der Zentripetalkraft sein.

$F_\gamma = \gamma \cdot \frac{m_{Sonne} \cdot m_{Erde}}{r^2}$ $F_z = m_{Sonne} \cdot \omega^2 \cdot r$

weiter auf Seite 5

$F_\gamma = F_Z \Rightarrow \gamma \cdot \frac{m_S \cdot m_E}{r^2} = m_S \cdot \omega^2 \cdot r$ gesucht ist m_E

$\Rightarrow m_E = \frac{\omega^2 \cdot r^3}{\gamma} = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{T^2 \cdot \gamma} = \frac{4\pi^2 \cdot (1{,}496 \cdot 10^8 \text{ km})^3}{(24h)^2 \cdot 6{,}67259 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg\, s^2}}$

$\Rightarrow m_E = \frac{4\pi^2 \cdot (1{,}496 \cdot 10^{11})^3}{(24 \cdot 3600)^2 \cdot 6{,}67259 \cdot 10^{-11}} \text{ kg} = 2{,}65 \cdot 10^{35} \text{ kg}$

Die Sonnenmasse beträgt $1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg, ist also etwa um den Faktor 133000 kleiner!

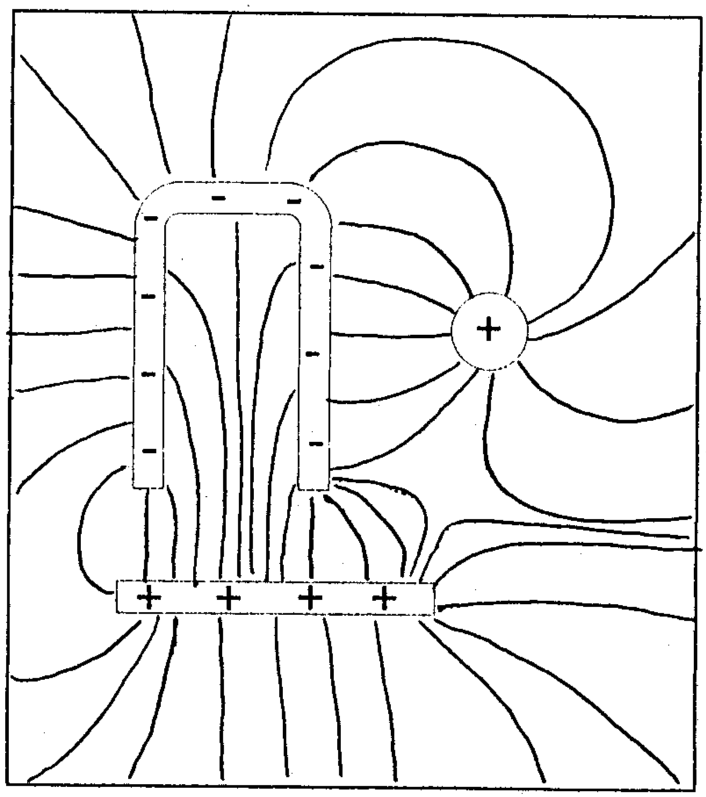
Die Bahngeschwindigkeit der Sonne ergibt sich aus dem Radius $r = 1{,}496 \cdot 10^8$ km und der Umlaufzeit $T = 24h$:

$v = \omega \cdot r = \frac{2\pi}{T} \cdot r = \frac{2\pi}{24h} \cdot 1{,}496 \cdot 10^8 \text{ km} = 39165188 \frac{km}{h} = 10879 \frac{km}{s}$

Die Erde bewegt sich in Wirklichkeit mit etwa $30 \frac{km}{s}$ um die Sonne!

5
Gk

Zeichnen Sie das Feldlinienbild für nebenstehende Anordnung. Es muss aus dem Bild deutlich werden, wie die Feldlinien an <u>jeder</u> Stelle der eingerahmten Fläche verlaufen.
+ und - geben nur die Art der Ladung an, die Anzahl der + und --Zeichen ist unerheblich.



Noch zu 4 Lk

Aus $\gamma \cdot \frac{m_S \cdot m_E}{r^2} = m_S \cdot \omega^2 \cdot r$

folgt $r^3 = \frac{\gamma \cdot m_E}{\omega^2} = \frac{\gamma \cdot m_E \cdot T^2}{4\pi^2}$

$\Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{\gamma \cdot m_E \cdot T^2}{4\pi^2}}$

b) Angenommen, die Erde habe in der damaligen Theorie wie in Wirklichkeit die Masse $5{,}973 \cdot 10^{24}$ kg. Berechnen Sie damit den Radius der Sonnenbahn.

$\Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{6{,}67259 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}973 \cdot 10^{24} \cdot (24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}} \text{ m} \approx 42239448 \text{ m}$

$\approx 42239{,}5$ km, das ist der Bahnradius von geostationären Satelliten

5/6

5 Lk Auf der Verbindungslinie Erde-Mond gibt es einen Punkt - von der Erde aus hinter dem Mond gelegen- , an dem die Anziehungskraft des Mondes genau so groß ist wie die Anziehungskraft der Erde.
Berechnen Sie, wie viel Mal so weit dieser Punkt vom Erdmittelpunkt entfernt ist wie der Mond.

Es soll gelten: $F_{EP} = F_{MP}$ mit $F_{EP} = \gamma \cdot \frac{m_E \cdot m_P}{r_{EP}^2}$ und $F_{MP} = \gamma \cdot \frac{m_M \cdot m_P}{r_{MP}^2}$

$\Rightarrow \gamma \cdot \frac{m_E \cdot m_P}{(x+y)^2} = \gamma \cdot \frac{m_M \cdot m_P}{x^2} \Rightarrow \frac{m_E}{(x+y)^2} = \frac{m_M}{x^2}$

Bekannt sind $m_E = 5{,}974 \cdot 10^{24}\,kg$; $m_M = 7{,}349 \cdot 10^{22}\,kg$; $y = 3{,}844 \cdot 10^8\,m$

Auflösen nach x: $m_E \cdot x^2 = m_M \cdot (x+y)^2 \Rightarrow \sqrt{m_E} \cdot x = \sqrt{m_M} \cdot (x+y)$

$\Rightarrow x\left(\sqrt{m_E} - \sqrt{m_M}\right) = y \cdot \sqrt{m_M} \Rightarrow x = \frac{y\sqrt{m_M}}{\sqrt{m_E} - \sqrt{m_M}} \Rightarrow$

$x = \frac{3{,}844 \cdot 10^8\,m \cdot \sqrt{7{,}349 \cdot 10^{22}\,kg}}{\sqrt{5{,}974 \cdot 10^{24}\,kg} - \sqrt{7{,}349 \cdot 10^{22}\,kg}} = 47953522{,}72\,m \approx 4{,}795 \cdot 10^7\,m$

P ist also $x + y = 4{,}324 \cdot 10^8\,m$ von der Erde entfernt, das ist das $\frac{4{,}324 \cdot 10^8}{3{,}844 \cdot 10^8} = 1{,}12$ fache der Entfernung Erde-Mond.

---

6 Lk Vor einiger Zeit ist ein vom Mars stammender Gesteinsbrocken auf der Erde gefunden worden, in dem man zunächst Überreste von niederen Lebewesen vermutet hat. Dieser Stein der Masse 1 kg ist durch den Aufprall eines Himmelskörpers auf den Mars vom Mars losgeschlagen und in den Weltraum katapultiert worden. Man darf wohl annehmen, dass er eine genügend große Geschwindigkeit erreicht hat, um sich vollständig aus dem Gravitationsfeld des Mars zu lösen.
Berechnen Sie die dazu gehörige Mindestgeschwindigkeit.

Gegeben sind: $m_{Stein} = 1\,kg$; $m_{Mars} = 0{,}643 \cdot 10^{24}\,kg$; $r_{Mars} = 3{,}4 \cdot 10^3\,km$

Gesucht ist: v = Fluchtgeschwindigkeit

Die Energie, die aufzuwenden ist, um den Stein auf Fluchtgeschwindigkeit zu bringen, ist $W_{Pot} = \gamma \cdot \frac{m_{Stein} \cdot m_{Mars}}{r_{Mars}}$

Die Geschwindigkeit ergibt sich aus der kinetischen Energie $W_{kin} = \frac{1}{2} m_S v^2$

$\Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot W_{kin}}{m_{Stein}}$ und da $W_{Pot} = W_{kin}$: $v^2 = \frac{2 \cdot \gamma \cdot \cancel{m_S} \cdot m_M}{r_M \cdot \cancel{m_S}} = \frac{2 \cdot \gamma \cdot m_M}{r_M}$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma \cdot m_M}{r_M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67259 \cdot 10^{-11} \cdot 0{,}643 \cdot 10^{24}}{3{,}4 \cdot 10^6}}\,\frac{m}{s} \approx 5000\,\frac{m}{s}$

Der Stein hatte also eine Anfangsgeschwindigkeit von ca. $5\,\frac{km}{s}$