

Lösungsblatt

1 Ein Karussell dreht sich einmal in 6 Sekunden um sich selbst.

Eine Person A sitzt 2m vom Zentrum entfernt.

a) Berechnen Sie, wie weit vom Zentrum eine Person B sitzen muss, damit sie sich doppelt so schnell bewegt wie Person A.

Auf Grund der Formel $v = \omega \cdot r$ gilt für die Personen A und B: $v_A = \omega \cdot r_A$, $v_B = \omega \cdot r_B$, da $v_B = 2 \cdot v_A$ sein soll, gilt: $v_B = \omega \cdot r_B = 2 \cdot v_A = 2 \cdot \omega \cdot r_A$

$$\Rightarrow \omega \cdot r_B = 2 \cdot \omega \cdot r_A \Rightarrow r_B = 2 \cdot r_A = 2 \cdot 2 \text{ m} = 4 \text{ m}$$

B sitzt also 4m vom Zentrum entfernt.

b) Berechnen Sie, wie weit vom Zentrum eine Person B sitzen muss, damit sie eine doppelt so starke Fliehkraft spürt wie Person A.

Unter der Annahme, dass A und B gleiche Massen besitzen, gilt auf Grund der Formel für die Zentripetalkraft $F_z = m \cdot \omega^2 \cdot r$:

$$F_{Az} = m \cdot \omega^2 \cdot r_A \text{ und } F_{Bz} = m \cdot \omega^2 \cdot r_B.$$

Wegen der Forderung $F_{Bz} = 2 \cdot F_{Az}$ gilt:

$$F_{Bz} = m \cdot \omega^2 \cdot r_B = 2 \cdot F_{Az} = 2 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r_A \Rightarrow m \cdot \omega^2 \cdot r_B = 2 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r_A$$

$$\Rightarrow r_B = 2 r_A = 2 \cdot 2 \text{ m} = 4 \text{ m}.$$

Auch hier muss B 4m vom Zentrum entfernt sitzen.

c) Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit die Person A einen Gegenstand radial nach außen werfen muss, damit die Coriolisbeschleunigung gleich der Erdbeschleunigung ist.

Für die Coriolisbeschleunigung gilt $a_c = 2 \cdot \omega \cdot v$

Wegen der Forderung $a_c = g$ gilt $g = 2 \cdot \omega \cdot v$

$$\text{Mit } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ folgt: } v = \frac{g}{2\omega} = \frac{g \cdot T}{2 \cdot 2\pi} = \frac{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6 \text{ s}}{4\pi} = 4,68 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Man muss den Gegenstand also mit $v = 4,68 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ werfen.

2 a) Berechnen Sie, wie lang ein Tag sein müsste, damit am Äquator die Erdanziehungskraft durch die Fliehkraft aufgehoben würde.

Wegen $a_z = \omega^2 \cdot r$ und der Forderung $a_z = g$ folgt $g = \omega^2 \cdot r$

$$\text{Mit } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ folgt: } g = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r}{g} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}}$$

$$\text{Mit } r = 6370 \text{ km} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m} \text{ und } g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ folgt } T = 5063 \text{ s}$$

$$\approx 1 \text{ h } 24 \text{ min}$$

- b) Berechnen Sie, wie groß der Radius der Erde sein müsste, damit bei der aktuellen Tageslänge an der Oberfläche am Äquator die Gewichtskraft gleich der Fliehkraft wäre.

Dieser Aufgabe soll mit der (falschen) Annahme gelöst werden, dass sich die Anziehungskraft der Erde mit der Entfernung von der Erde nicht ändert.

Wieder gilt wie bei a): $g = \omega^2 \cdot r \Rightarrow g = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r \Rightarrow r = \frac{g \cdot T^2}{4\pi^2}$
 Mit $T = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$ und $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ folgt $r = 1854.969 \text{ km}$
 In Wirklichkeit müsste der Radius nur etwa 4000 km betragen

- 3 Man sieht eine Kugel mit der Geschwindigkeit $v_1 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ auf sich zu fliegen. Ihre Masse m_1 kann man durch folgenden Versuch ermitteln. Man wirft eine Kugel der Masse $m_2 = 5 \text{ kg}$ mit der Geschwindigkeit $v_2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ so auf die ankommende Kugel, dass sich die Kugeln zentral treffen und voneinander abprallen. Nach dem Stoß misst man bei der zweiten Kugel die Geschwindigkeit $u_2 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (alle Angaben ohne Berücksichtigung des Vorzeichens!). Berechnen Sie die Masse m_1 der ankommenden Kugel.

$$\begin{array}{c} \text{○} \rightarrow \\ v_1 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}; m_1 = ? \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \leftarrow \text{○} \\ v_2 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}; m_2 = 5 \text{ kg}; u_2 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{array}$$

Beachten Sie, dass die Geschwindigkeiten v_1 und u_2 gleich gerichtet sind

Energieerhaltungssatz: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$

Impulserhaltungssatz: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$

Einsetzen der bekannten Werte, Multiplizieren des Energieerhaltungssatz mit 2 und Kürzen der Einheiten ergibt:

$$(1) m_1 \cdot 3^2 + 5 \cdot (-2)^2 = m_1 \cdot u_1^2 + 5 \cdot 1^2 \Rightarrow 9m_1 + 20 = m_1 u_1^2 + 5$$

$$(2) m_1 \cdot 3 + 5 \cdot (-2) = m_1 \cdot u_1 + 5 \cdot 1 \Rightarrow 3m_1 - 10 = m_1 u_1 + 5$$

aus (2) folgt: $m_1 u_1 = 3m_1 - 15 \Rightarrow u_1 = \frac{3m_1 - 15}{m_1}$

in (1) eingesetzt: $9m_1 + 20 = m_1 \cdot \frac{(3m_1 - 15)^2}{m_1^2} + 5$

$$\Rightarrow 9m_1 + 15 = \frac{9m_1^2 - 90m_1 + 225}{m_1} \Rightarrow 9m_1^2 + 15m_1 = 9m_1^2 - 90m_1 + 225$$

$$\Rightarrow 105m_1 = 225 \Rightarrow m_1 = \frac{225}{105} = \frac{15}{7} = 2 \frac{1}{7}$$

Die heranfliegende Kugel hat also die Masse $2 \frac{1}{7} \text{ kg}$.

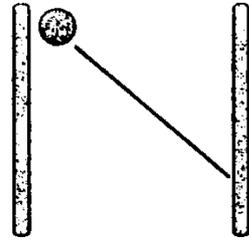
Die Geschwindigkeit war nicht gefragt, lässt sich aber mit

$$u_1 = \frac{3m_1 - 15}{m_1} \text{ leicht berechnen: } u_1 = \frac{3 \cdot \frac{15}{7} - 15}{\frac{15}{7}} = \left(\frac{45}{7} - \frac{105}{7} \right) \cdot \frac{7}{15}$$

$$\Rightarrow u_1 = -\frac{60}{7} \cdot \frac{7}{15} = -4$$

Die Geschwindigkeit der heranfliegenden Kugel nach dem Stoß beträgt also $-4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

- 4 Ein elektrisch geladener Ball befindet sich im elektrischen Feld eines geladenen Kondensators. Die elektrische Kraft, die zur Seite (nach rechts) wirkt, ist genau so groß wie die Gewichtskraft. Zeichnen Sie in die Zeichnung ein, auf welchem Weg der Ball sich in etwa bewegen wird, wenn er in der oberen linken Ecke mit der Anfangsgeschwindigkeit $0 \frac{m}{s}$ losgelassen wird.



Da $F_{\text{elektrisch}} = F_G$, bewegt sich die Kugel unter -45° nach rechts unten.

In einem zweiten Versuch wird der Ball waagrecht mit der Geschwindigkeit $v = 1 \frac{m}{s}$ so in das Feld geworfen, dass er vom elektrischen Feld gebremst wird. Berechnen Sie, wie weit der Ball nach unten gefallen ist, wenn seine Geschwindigkeit in waagrechtlicher Richtung auf $0 \frac{m}{s}$ gesunken ist. Berechnen Sie auch, wie weit er dabei waagrecht vorangekommen ist.

Wegen $F_{\text{elektrisch}} = F_G$ gilt $a_{el} = g$

Die Bewegung in x-Richtung (waagrecht) ergibt sich aus der geradlinig gleichförmigen Bewegung ($v_0 = 1 \frac{m}{s}$) und der (bremsenden) beschleunigten Bewegung auf Grund von $F_{\text{elektrisch}}$.

$$x = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 \quad \text{wegen } a_{el} = g$$

Für die Geschwindigkeiten in x- und y-Richtung ergibt sich:

$$v_x = v_0 - g \cdot t$$

$$v_y = -g t$$

$$\text{Forderung: } v_x = 0 \Rightarrow 0 = v_0 - g \cdot t \Rightarrow v_0 = g \cdot t \Rightarrow t = \frac{v_0}{g}$$

$$\text{Einsetzen in } y = -\frac{1}{2} g t^2: \quad y = -\frac{1}{2} g \cdot \frac{v_0^2}{g^2} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{g}$$

$$\text{mit } v_0 = 1 \frac{m}{s} \text{ und } g = 9,81 \frac{m}{s^2} \text{ ergibt sich } y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1 \frac{m^2}{s^2}}{9,81 \frac{m}{s^2}} \approx -0,05 m$$

Der Körper ist also um etwa 5 cm gefallen.

In waagrechtlicher Richtung hat er sich dabei um

$$x = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \cdot \frac{v_0^2}{g^2} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} \approx 0,05 m \text{ bewegt,}$$

also ebenfalls um etwa 5 cm.