04.06.2003 Klausur 2 Kurs Ma22 Mathematik Lk

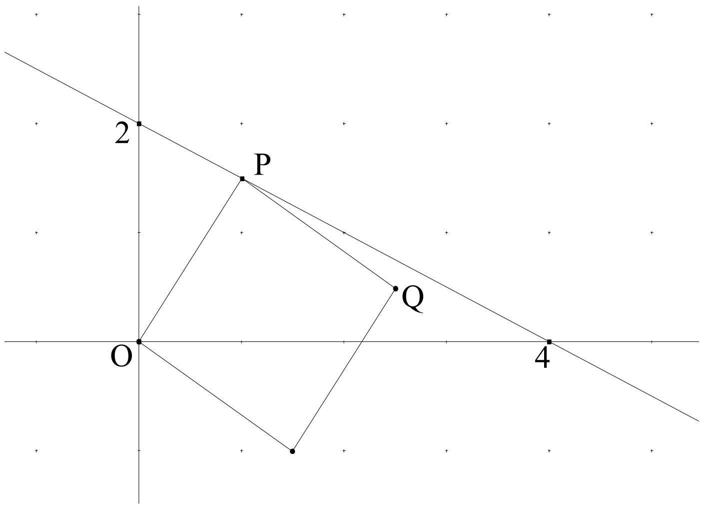
Name: ______________________________ Rohpunkte: /

Bewertung: Punkte ( )

1 Gegeben ist die Gleichung $x \cdot y^2 - y^2 - x^3 = 0$.
Verschaffen Sie sich einen Überblick über den Kurvenverlauf, indem Sie die Kurve auf Asymptoten und waagrechte sowie senkrechte Tangenten untersuchen.
Untersuchen Sie besonders das Steigungs-Verhalten der Kurve für x=0 und $x \to \pm\infty$ und bilden Sie die erste implizite Ableitung nach x und nach y.
Zeichnen Sie auf Grund der gefundenen Eigenschaften die Kurve.

---

2 Die Gerade mit der Gleichung
$y = -\frac{1}{2}x + 2$ ist gegeben.
Ein Quadrat wird so eingezeichnet, dass ein Punkt O auf (0/0) und ein weiterer Punkt P auf der Geraden liegt (siehe Skizze).



Wird P auf der Geraden entlang geschoben, bewegt sich Punkt Q auf einem Graphen, der mit der x- und der y-Achse eine Fläche im 1. Quadranten vollständig umschließt.
Benennen Sie die x-Koordinate des Punktes P mit t und zeigen Sie, dass die Gleichung des Graphen, auf dem sich Q bewegt, in Parameterform so lautet:

$x(t) = \frac{1}{2}t + 2 \qquad y(t) = -\frac{3}{2}t + 2$

Berechnen Sie mit Hilfe der Formel $\frac{1}{2}\int_{t_1}^{t_2} \left(x(t)\,y'(t) - x'(t)\,y(t) \right) dt$ den Inhalt der Fläche, die von dem Graphen und den Koordinatenachsen vollständig eingeschlossen wird und weisen Sie mit einem einfachen mathematischen Verfahren aus der Sek.I nach, dass das Ergebnis richtig sein kann.

---

3 Gegeben ist eine Kurve in Parameterform: $x(t) = 3 + 2 \cdot \cos t \qquad y(t) = 2 + 3 \cdot \sin t$.
Beweisen Sie die Formel $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.
Untersuchen Sie die Kurve auf waagrechte und senkrechte Tangenten und skizzieren Sie den Graph dieser Kurve.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die von der Kurve vollständig umschlossen wird.

4 Ordnen Sie 4 von den 5 Gleichungen eindeutig den 4 Abbildungen zu.

a) $y^2 = x^4 - x^6$

b) $x\,y^2 + 3y^2 = x^3 + 1$

c) $y^4 + x^4 = y^2 + x^2$

d) $x^2\,y + x\,y^2 = 2$

e) $y^2 = x^5 + x^4$