04.12.2002 Klausur 2 Kurs MA21 Mathematik Lk

Name : ___________________________________ Rohpunkte : /

Bewertung : Punkte ( )

---

1 Berechnen Sie mit dem Newtonschen Näherungsverfahren eine Nullstelle der Funktion $f(x) = 18x^3 - 45x^2 - 29x + 84$. Beginnen Sie mit dem Startwert -2.

---

2 Beweisen Sie mit Hilfe des Beweisverfahrens der vollständigen Induktion: „3 ist ein Teiler des Terms $n^3 + 5n$ für alle $n \in N$ “ .

---

3 Gegeben sind die beiden Kurvenscharen mit den Gleichungen $f_a(x) = -a \cdot x^2 + a^5$ und $g_a(x) = -\frac{x^2}{a} + a^3$ mit *a>0*. Für jedes a schließen die Kurven von *f(x)* und *g(x)* ein Flächenstück vollkommen ein.

a) Geben Sie an, was das Besondere an der Lage all dieser Flächenstücke ist.

b) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Flächen in Abhängigkeit von a.
(Ergebnis: $A(a) = \frac{4}{3} \cdot a^7 - \frac{4}{3} \cdot a^5$)

c) Berechnen Sie, für welchen a-Wert zwischen 0 und 1 die Fläche maximalen Inhalt hat.

d) Untersuchen Sie, ob für andere a-Werte größere Flächeninhalte vorkommen und geben Sie, wenn möglich, den maximalen Flächeninhalt an.

---

4 Der Graph der Funktion mit der Gleichung $f(x) = \frac{2ax + b}{1 + x^2}$ soll für *x=3* eine waagrechte Tangente besitzen und durch den Punkt *P(0/4)* verlaufen.
Berechnen Sie die Werte für a und b.

---

5 Gegeben ist die Kurvenschar mit der Gleichung $f_t(x) = x^3 - t \cdot x + 2$.

a) Berechnen Sie in Abhängigkeit von t die gesamte Fläche, die von der Kurve und der Normalen im Wendepunkt vollständig eingeschlossen wird. Stammfunktion: $F(x) = \frac{x^2 \cdot \left(t \cdot x^2 - 2 \cdot \left(t^2 + 1\right)\right)}{4 \cdot t}$

b) Berechnen Sie, für welches t der Flächeninhalt minimal wird.

c) Berechnen Sie die Gleichung der Ortskurve aller Punkte mit waagrechter Tangente.

d) Bestimmen Sie den Ort aller Wendepunkte der Kurvenschar.

---

6 Gegeben ist die Funktionsgleichung $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}$

a) Zeigen Sie, dass die Fläche zwischen Kurve und x-Achse imBereich [1;∞[keinen endlichen Flächeninhalt besitzt.

b) Zeigen Sie, dass das Rotationsvolumen, bei dem die Kantenfunktion durch *f(x)* und die Grenzen *x=1* und *x=∞* gegeben ist, ein endliches Volumen besitzt, indem Sie das Volumen berechnen.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Klausur !!!