2016-02-09 Klausur 3 Kurs 12ma5 Mathematik

Name: ___________________________ Rohpunkte : /

Bewertung : Punkte ( )

1 Ein Teller wird mit Eintopf der Temperatur 95°C gefüllt und dann auf den Tisch gestellt, dessen Umgebungstemperatur 25°C beträgt. Im Laufe 1 Minute kühlt sich das Essen um 10% des Temperaturunterschieds (Suppen- und Raumtemperatur zu Beginn der Minute) ab.

1.1 Begründen Sie, welche der gegebenen Formeln auf diesen Vorgang anwendbar ist.

1.2 Berechnen Sie den Faktor k in der entsprechenden Formel (siehe Seite 2 unten). (Ergebnis: 0,10536)

1.3 Wegen eines wichtigen Telefongesprächs wird die Suppe erst 15 Minuten nach dem Auffüllen gegessen. Berechnen Sie die Temperatur der Suppe zu Beginn des Essens.

---

2 Das Wachstum einer Sonnenblume lässt sich durch die Gleichung $f(t)=\frac{200}{1+24\cdot e^{-0,8\cdot t}}$ beschreiben (die Zeit wird in Wochen, die Größe in cm angegeben).

2.1 Berechnen Sie, wie groß die Sonnenblume zu Beginn der Messung war.

2.2 Wie groß ist die Sonnenblume, wenn sie ihre größte Wachstumsgeschwindigkeit hat? Lösung ohne schriftliche Rechnung möglich, dann aber mit Begründung.

2.3 Berechnen Sie, wann die Sonnenblume 95% ihrer Maximalhöhe erreicht hat. Vorgehen (Rechnung oder Taschenrechner) erläutern.

---

3 Gegeben ist die Funktionenschar f_a durch die Gleichung $f_a(x)=\frac{a\cdot x^2}{x-a}$.

3.1 Berechnen Sie die Gleichung der Ortskurve der Extrempunkte dieser Funktionenschar.

3.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass sich zwei beliebige Kurven der Schar immer schneiden und machen Sie auf Grund der Rechnung eine allgemeine Aussage über die Orte, wo diese Schnittpunkte zu finden sind.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Klausur!

4 Bei der Planung eines Deiches wird für den Querschnitt die Funktionsgleichung $f(x) = (2x+1) \cdot e^{-x}$ zu Grunde gelegt.

4.1 Berechnen Sie den x-Wert, an dem die Seeseite des Deiches (x>1) die betragsmäßig größte Steigung besitzt.

4.2 Um den Deich anlegen zu können, benötigt man den Flächeninhalt der Fläche, die vollkommen von dem Graphen und der x-Achse eingeschlossen wird.
Ermitteln Sie mit Hilfe der Kenntnis der ersten Ableitungen dieser Funktion eine Stammfunktion (Ergebnis: $\int f(x)\,dx = (-2x-3) \cdot e^{-x}$) und berechnen Sie die Fläche zwischen x=0 und x=4.

Begrenztes Wachstum mit Sättigungsgrenze S

$f(t) = a \cdot e^{-k \cdot t} + S$ bzw. $f(t) = (f(0) - S) \cdot e^{-k \cdot t} + S$

Logistisches Wachstum

$f(t) = \dfrac{S}{1 + a \cdot e^{-k \cdot S \cdot t}}$ bzw. $f(t) = \dfrac{S}{1 + \left(\dfrac{S}{f(0)} - 1\right) \cdot e^{-k \cdot S \cdot t}}$