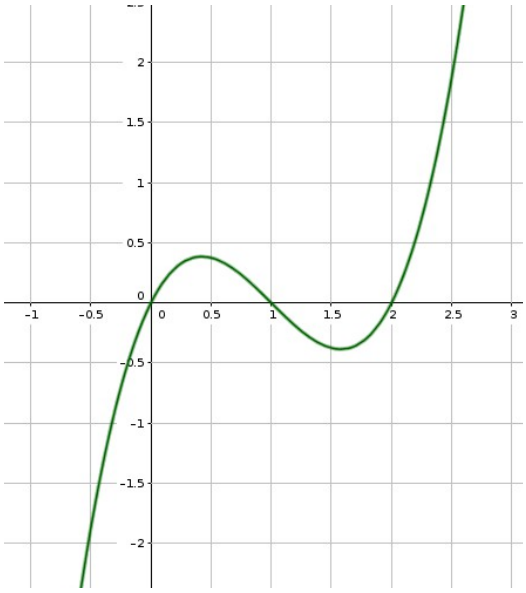
| 2015-12-01 | Klausur 2 | Kurs 12ma5 | Mathematik |
|---|---|---|---|

Name: ____________________________ Rohpunkte :            /

Bewertung :                    Punkte (     )

**Hilfsmittelfreier Teil**

1 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x)=x^3-3x^2+2x$ .




1.1 Begründen Sie ohne Rechnung, dass die Verbindungsgerade von Hoch- und Tiefpunkt des Funktionsgraphen durch den Punkt (1/0) verläuft.

1.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Flächen, die von Funktionsgraph und x-Achse vollständig eingeschlossen werden.

1.3 Es soll gelten $\int_{-0,5}^{z}\left(x^3-3x^2+2x\right)dx=0$ .
Geben Sie einen passenden z-Wert mit Begründung ohne Rechnung an.

1.4 Zeigen Sie, dass die Gerade, die die Kurve im Nullpunkt senkrecht schneidet, die Gleichung $g(x)=-\frac{1}{2}\cdot x$ besitzt.

1.5 Berechnen Sie den x-Wert, an dem die Differenz der Funktionswerte von f(x) und g(x) für x>1 am kleinsten ist.

2 Man würfelt gleichzeitig mit einem Tetraeder-Würfel (W4: 1, 2, 3, 4) und einem Hexaeder-Würfel (W6: 1, 2, 3, 4, 5, 6) und bildet die Summe der gewürfelten Augenzahl.

2.1 Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit mit einem W6-Würfel eine 6 zu werfen genau so groß ist wie mit den beiden Würfeln die Augensumme 6 zu erhalten und dass die Wahrscheinlichkeit mit einem W6-Würfel eine 5 zu werfen genau so groß ist wie mit den beiden Würfeln die Augensumme 5 zu erhalten.

2.2 Sie sollen mit einem der beiden Würfel eine Primzahl (2, 3, 5, 7, 11, 13, ... ) würfeln. Gibt es einen Würfel, mit dem Sie diese Aufgabe mit größerer Wahrscheinlichkeit erledigen können? Antwort mit Begründung.

**3** Geben sind die Gerade $g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}$ und die Ebene $E:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}4\\2\\-2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-3\\-3\\1\end{pmatrix}$.

3.1 Untersuchen Sie rechnerisch, ob die Gerade g senkrecht zur Ebene E steht.

3.2 Untersuchen Sie, ob der Ortsvektor der Ebene E auch ein möglicher Ortsvektor der Geraden g ist.

---

**4** 4.1 Multiplizieren Sie die beiden Matrizen $M_1=\begin{pmatrix}1 & 3 & -2\\0 & 2 & -4\end{pmatrix}$ und $M_2=\begin{pmatrix}5 & -1\\-3 & 1\\0 & 3\end{pmatrix}$ in der Form $M_1 * M_2$.

4.2 Begründen Sie, dass sich bei der Multiplikation $M_2 * M_1$ ein anderes Ergebnis ergeben muss.

---

**Name: ___________________________**

**Für die folgenden Aufgaben sind GTR und Formelsammlung erlaubt**

---

5 Das Startup-Unternehmen „Triplo“ will kleine Modellhäuser zum Zusammenbauen verkaufen. Dazu werden aus den Materialien Kunststoff und Glas einzelne Bauteile gefertigt, die dann zu fertigen Häusern zusammengesetzt werden können. Als Bauteile sind zunächst vorgesehen
quaderförmige Bausteine (für die Wände), die aus 5g Kunststoff bestehen.
Fenster werden aus 2g Kunststoff und 4g Glas gefertigt,
Türen aus 4g Kunststoff und 1g Glas und
Bausteine mit schräger Fläche (für Dächer) aus 4g Kunststoff.
Zunächst werden 3 verschiedene Haustypen angeboten:
Typ „Stall“ (20 Quader, 2 Fenster, 1 Tür, 12 Dachbausteine),
Typ „Wohnhaus“ (100 Quader, 10 Fenster, 2 Türen, 50 Dachbausteine) und
Typ „Villa“ (250 Quader, 25 Fenster, 4 Türen, 120 Dachbausteine).

5.1 Ein Spieleladen bestellt 50-mal „Stall“, 200-mal „Wohnhaus“ und 150-mal „Villa“. Berechnen Sie, wie viel Kilogramm von jedem Rohstoff (Kunststoff und Glas) benötigt werden.

5.2 Kurz vor Weihnachten kommt noch ein Auftrag des Spieleladens an: Es werden für gute Kunden noch dringend 31-mal „Wohnhaus“ und 24-mal „Villa“ benötigt. Die Firma hat noch 10000 Quader, 950 Fenster, 160 Türen und 4400 Dächer vorrätig. Berechnen Sie mit Hilfe von Matrizen, ob der Auftrag ausgeführt werden kann. Wenn das nicht der Fall sein sollte: Welche Zwischenprodukte müssen noch wie viel Mal hergestellt werden?

---

6 Beim Wettbewerb DSDM („Deutschland sucht den Mathestar“) ist die Entscheidung gefallen. Die Top 10 der Teilnehmer standen schon länger fest und deren Namen waren allgemein bekannt:

| Startnummer | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Name | Felix | Carola | Mirco | Sarah | Viktor | Bruno | Birte | Lara | Gerd | Klaus |

Nun steht auch die Reihenfolge fest und wird (als Startnummer) zur Einfachheit öffentlich auf einer allgemein zugänglichen Internetseite bekanntgegeben, allerdings in verschlüsselter Form, damit das Ergebnis vor der Preisverleihung nicht verraten wird.

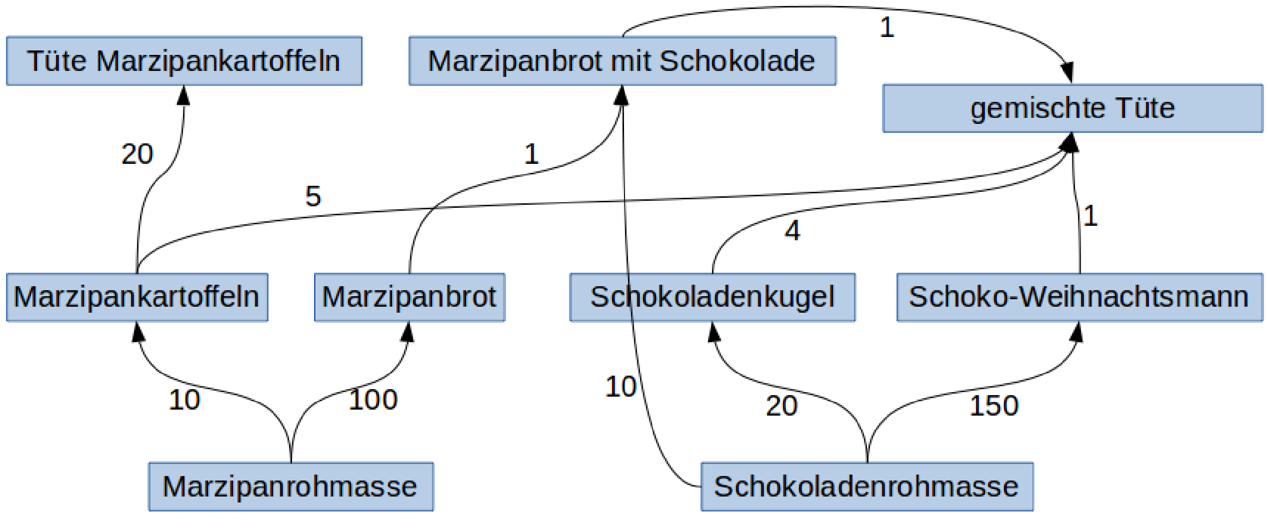
Die Organisatoren des Wettbewerbs erhalten aber die Matrix $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, mit der sie die verschlüsselte Liste entschlüsseln können.

Übermittelt wird die verschlüsselte Gewinner-Matrix $\begin{pmatrix} 1{,}9 & 0{,}1 & 3{,}2 & 2{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}3 & 1{,}7 & -0{,}6 & 1{,}4 & 0{,}7 \end{pmatrix}$, in der links oben der Gewinner und rechts unten die Person auf dem 10. Platz steht. In der 1. Zeile stehen die 5 besten Teilnehmer.

6.1 Decodieren Sie die Matrix (Dokumentation!), geben Sie die Reihenfolge der beteiligten Personen als Nummer und die Namen für den 1., 2. und 3. Platz (in dieser Reihenfolge) als Text an.

6.2 Berechnen Sie die Matrix, mit der die Jury die Gewinner-Reihenfolge verschlüsselt hat.

7 Die Firma „WeihMath“ bietet Discountern vor Weihnachten folgende Süßigkeitssortimente an: Marzipanbrote mit Schokoladenüberzug, Tüten mit Marzipankartoffeln, Tüten mit gemischtem Inhalt. Die Zwischenprodukte und Rohstoffe kann man aber auch einzeln kaufen. Im Graph gelten die Angaben für Rohstoffe von jeweils 1g.




Ein Discounter gibt folgende Bestellung auf:
2000 Tüten Marzipankartoffeln,
300 Marzipanbrote mit Schokolade
100 Marzipanbrote ohne Schokolade
2000 gemischte Tüten
3000 Schokoladenkugeln
1000 Schokoladen-Weihnachtsmänner
Stellen Sie die Gesamtbedarfsmatrix auf und berechnen Sie, wie viel (in Kilogramm) Marzipanrohmasse und Schokoladenrohmasse für den Auftrag benötigt werden.

---

8 Für eine Projektwoche stehen 3 Themen zur Wahl. Zu Beginn des Auswahlverfahrens wählt jeder Schüler ein Thema. Danach darf man 3 Wochen lang an jedem Tag einmal die Wahl ändern.
Zum Schluss stellt sich heraus, dass jemand, der Thema 1 gewählt hat, am nächsten Tag mit 40% Wahrscheinlichkeit Thema 2 wählt und mit 10% Wahrscheinlichkeit Thema 3.
Jemand, der Thema 2 gewählt hat, wählt am nächsten Tag mit 10% Wahrscheinlichkeit Thema 1 und mit 10% Wahrscheinlichkeit Thema 3.
Jemand, der Thema 3 gewählt hat, wählt am nächsten Tag mit 30% Wahrscheinlichkeit Thema 1 und mit 10% Wahrscheinlichkeit Thema 2.

8.1 Am 2. Tag ist die Wahl ziemlich ausgeglichen: Thema 1 und Thema 2 werden jeweils von 30% der Schüler gewählt und Thema 3 mit 40%.
Berechnen Sie, ob sich im Lauf der Zeit das Ergebnis der Wahl stabilisiert und geben Sie, wenn möglich, den entsprechenden Fixvektor an.

8.2 Berechnen Sie das Wahlergebnis vom 1. Tag des Auswahlverfahrens.

---

*Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!*