Lösung

1 Berechne jeweils den Wert für x:

1.1 $\log_a a = x$ → $a^x = a$ → $x = 1$

1.2 $\log_9 9^x = 18$ → $9^{18} = 9^x$ → $x = 18$

1.3 $\log_a 1 = x$ → $a^x = 1$ → $x = 0$

1.4 $7^{\log_7 x} = 7$ → $\log_7 x = \log_7 7$ → $x = 7$

1.5 $\log_a x = 5$ → $a^5 = x$

1.6 $\log_4 \sqrt[7]{64} = x$ → $4^x = \sqrt[7]{64} = 64^{\frac{1}{7}} = (4^3)^{\frac{1}{7}} = 4^{\frac{3}{7}}$ → $x = \frac{3}{7}$

1.7 $\log_x \frac{8}{27} = 3$ → $x^3 = \frac{8}{27} = \frac{2^3}{3^3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$ → $x = \frac{2}{3}$ oder $x^3 = \frac{8}{27}$ → $x = \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$

1.8 $\log_{\frac{1}{2}} x = 4$ → $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = x$ → $x = \frac{1}{16}$

1.9 $\log_5 \frac{1}{\sqrt[4]{125}} = x$ → $5^x = \frac{1}{\sqrt[4]{125}} = \frac{1}{125^{\frac{1}{4}}} = 125^{-\frac{1}{4}} = (5^3)^{-\frac{1}{4}} = 5^{-\frac{3}{4}}$ → $x = -\frac{3}{4}$

1.10 $\log_5(7x-6) = 2$ → $5^2 = 7x-6$ → $25+6 = 7x$ → $31 = 7x$ → $x = \frac{31}{7}$

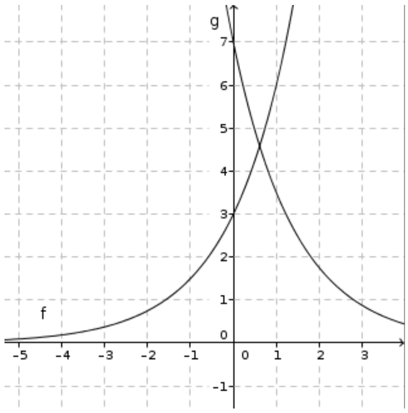
1.11 $\log_3(x+2)+1 = \log_3 12$ → $\log_3(x+2)+\log_3 3 = \log_3 12$ → $\log_3((x+2)\cdot 3) = \log_3 12$ → $(x+2)\cdot 3 = 12$ → $3x+6 = 12$ → $3x = 6$ → $x = 2$

oder $\log_3(x+2)+1 = \log_3 12$ → $\log_3(x+2) - \log_3 12 = -1$ → $\log_3\left(\frac{x+2}{12}\right) = -1$ → $\frac{x+2}{12} = \frac{1}{3}$ → $x+2 = 4$ → $x = 2$

1.12 $2\cdot 4^{3x-2} = 5\cdot 3^{4-7x}$ → $\log\left(2\cdot 4^{3x-2}\right) = \log\left(5\cdot 3^{4-7x}\right)$ →
$\log 2 + (3x-2)\cdot\log 4 = \log 5 + (4-7x)\cdot\log 3$ → $3x\cdot\log 4 + 7x\cdot\log 3 = \log 5 + 4\cdot\log 3 - \log 2 + 2\cdot\log 4$ →
$x\cdot\left(\log 4^3 + \log 3^7\right) = \log 5 + \log 3^4 - \log 2 + \log 4^2$ → $x = \frac{\log\frac{5\cdot 3^4\cdot 4^2}{2}}{\log 4^3\cdot 3^7} = \frac{\log 5\cdot 81\cdot 8}{\log 64\cdot 2187} = \frac{\log 3240}{\log 139968} =$
$\log_{139968} 3240 \approx 0{,}682$

2

Berechne ohne Taschenrechnerunterstützung (der Wert eines Logarithmus darf berechnet werden) die x-Koordinate des Schnittpunktes der beiden Graphen mit den Gleichungen $f(x)=3\cdot 2^x$ und $g(x)=7\cdot 0{,}5^x$.



Zu berechnen ist der x-Wert in der Gleichung $3\cdot 2^x=7\cdot 0{,}5^x$ → .

$$3\cdot 2^x=7\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x=\frac{7}{2^x} \rightarrow 2^x\cdot 2^x=\frac{7}{3} \rightarrow 2^{2x}=\frac{7}{3} \rightarrow 2x=\log_2\frac{7}{3} \rightarrow$$

$$x=\frac{1}{2}\cdot\log_2\frac{7}{3}=\log_2\left(\frac{7}{3}\right)^{\frac{1}{2}}=\log_2\sqrt{\frac{7}{3}}\approx 0{,}611$$

3

Das bei der Kernspaltung in Atombomben und in Kernreaktoren entstehende Krypton-Gas hat eine Halbwertzeit von 10,756 Jahren. Berechne, nach welcher Zeit von einer vorgegebenen Menge nur noch 1% vorhanden ist.
Zur Erinnerung: Die Anzahl N(t) der ursprünglich vorhandenen Teilchen N(0) lassen sich bei der Halbwertzeit $T_{\frac{1}{2}}$ berechnen durch $N(t)=N(0)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}}$.

Gefragt ist nach der Zeit, in der von 100% nur noch 1% vorhanden ist:

$$1=100\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{10{,}756a}} \rightarrow \frac{1}{100}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{10{,}756a}} \rightarrow \frac{t}{10{,}756a}=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{100} \rightarrow t=10{,}756a\cdot\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{100}\approx 71{,}5a$$

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!