



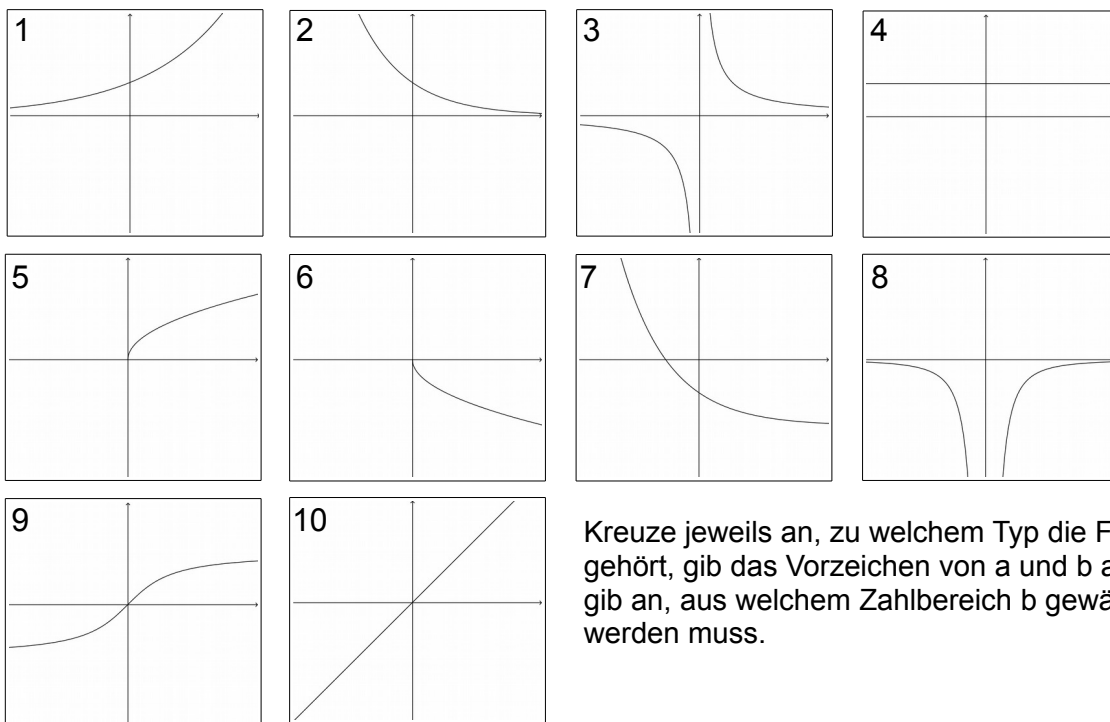
Lösung

1 Von einer Funktion des Typs $y = a \cdot b^x$ ist bekannt, dass der Graph durch die Punkte P(3/1) und Q(-2/32) verläuft. Berechne die Werte von a und b und gib die Funktionsgleichung an.

$$y = a \cdot b^x \rightarrow \begin{cases} 1 = a \cdot b^3 \\ 32 = a \cdot b^{-2} \end{cases} \rightarrow a = \frac{32}{b^{-2}} = 32 \cdot b^2 \rightarrow 1 = 32 \cdot b^2 \cdot b^3 = 32 \cdot b^5 \rightarrow b^5 = \frac{1}{32} \rightarrow b = \frac{1}{2} \rightarrow$$

$$a = 32 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{32}{4} = 8 \rightarrow \text{Funktionsgleichung: } y = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

2 Die folgenden Ausschnitte von Graphen stammen von Potenzfunktionen der Art $y = a \cdot x^b$ und Exponentialfunktionen der Art $y = a \cdot b^x$ oder sie gehören keinem der beiden Typen an.



Kreuze jeweils an, zu welchem Typ die Funktion gehört, gib das Vorzeichen von a und b an und gib an, aus welchem Zahlbereich b gewählt werden muss.

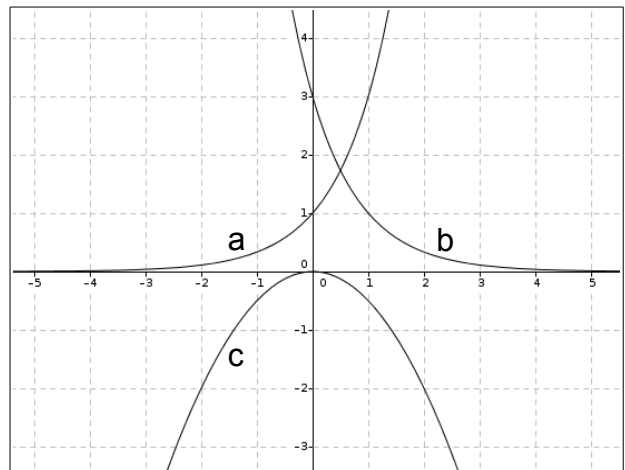
Graph	$y = a \cdot b^x$	$y = a \cdot x^b$	andere Gleichung	Vorzeichen a	Vorzeichen b	Bereich b
1	x			+	+	$1 < b$
2	x			+	+	$0 < b < 1$
3		x		+	-	-1; -3; -5; ...
4		x		+	+ oder -	$b = 0$
5		x		+	+	$0 < b < 1$
6		x		-	+	$0 < b < 1$
7			x			
8		x		-	-	-2; -4; -6; ...
9			x			
10		x		+	+	$b = 1$

3 Gib die Funktionsgleichungen für die drei Graphen an.

a: $y = 3^x$

b: $y = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$

c: $y = -\frac{1}{2} \cdot x^2$



4 4.1 Ein Guthaben von 600 € soll sich im Lauf von 20 Jahren bei festem Jahreszins verdoppelt haben. Berechne den Prozentsatz, zu dem man das Geld anlegen muss.

$y(x)$ ist das Guthaben in € zur Zeit x

x ist die Zeit in Jahren

p ist der Prozentsatz

$$y(x) = y(0) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^x \rightarrow 1200 = 600 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{20} \rightarrow 2 = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{20} \rightarrow 1 + \frac{p}{100} = \sqrt[20]{2} \rightarrow$$

$$\frac{p}{100} = \sqrt[20]{2} - 1 \rightarrow p = 100 \cdot \sqrt[20]{2} - 100 \approx 3,53 \text{ Der notwendige Prozentsatz beträgt etwa } 3,53 \%$$

4.2 Was ändert sich am Prozentsatz, wenn 1200 € angelegt werden?
Antwort mit Begründung (rechnerisch oder in Worten)!

Es ändert sich nichts, denn $\frac{y(20)}{y(0)}$ hat auf Grund der oben gestellten Bedingung immer den Wert 2.

5 Eine Algenart vermehrt sich so stark, dass sich die beim See betroffene Fläche alle 3 Tage verdoppelt. 7 Tage nach Entdeckung des Algenbefalls sind 100 m² des Sees bedeckt. Stelle die Gleichung einer Funktion auf, die das Algenwachstum beschreibt und berechne, wie groß die Fläche zur Zeit der Entdeckung des Befalls war.

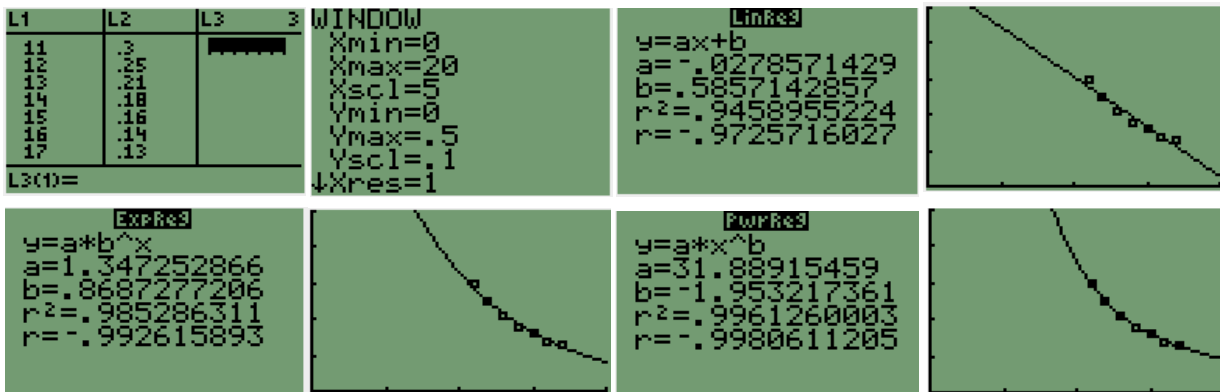
Die Gleichung ist $y = a \cdot b^{\frac{x}{c}}$, wobei y der Bewuchs zur Zeit x in der Einheit m² ist, a der Anfangsbestand in der Einheit m² ist, b der Wachstumsfaktor ist und c die Zeit in Tagen für die Verdoppelung der Menge angibt.

$$y = a \cdot 2^{\frac{x}{3}} \rightarrow 100 = a \cdot 2^{\frac{7}{3}} = a \cdot \sqrt[3]{2^7} = a \cdot \sqrt[3]{128} \rightarrow a = \frac{100}{\sqrt[3]{128}} \approx 19,8$$

Bei der Entdeckung der Algen war etwa eine Fläche von knapp 20 m² bedeckt.

- 6 Führe mit Hilfe des Taschenrechners eine Regression durch und entscheide (mit Begründung), ob es sich bei der Funktion, zu der die Wertetabelle gehört, um eine lineare, eine potenzielle oder eine exponentielle Funktion handelt.
Gib die Gleichung der gefundenen Lösungsfunktion an.

x	y
11	0,30
12	0,25
13	0,21
14	0,18
15	0,16
16	0,14
17	0,13



Die Gerade liefert keine gute Näherung an die Messpunkte.
Sowohl die Exponentialfunktion als auch die Potenzfunktion eignen sich dagegen als gute Näherung, wobei die Potenzfunktion wohl vorzuziehen ist.

Exponentialfunktion: $y = 1,35 \cdot 0,87^x$

Potenzfunktion: $y = 31,9 \cdot x^{-1,95} \approx \frac{32}{x^2}$

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!