

Name: \_\_\_\_\_ Rohpunkte : /



Bewertung : Punkte ( )

1 Gegeben sind die Punkte  $A(5/-7/-3)$  und  $B(-2/7/4)$ .

a) Stellen Sie mit Hilfe der Koordinaten der Punkte A und B eine Geradengleichung (unterschiedliche Vektoren zur Geradengleichung unter b)) auf, die zu der Geraden gehört, die durch die Punkte A und B verläuft. Geben Sie die Rechnungen an.

b) Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Geradengleichung  $g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$  auch die

Gerade beschreibt, die durch die Punkte A und B verläuft.

Rechnen Sie bei den nächsten Teilaufgaben mit dieser Geradengleichung  $g_1$  weiter.

c) Untersuchen Sie rechnerisch die Lagebeziehung zwischen den Geraden  $g_1$  und der

Geraden  $g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

d) Berechnen Sie die Schnittpunkte der Geraden  $g_1$  mit der x-y-Ebene und mit der y-z-Ebene und berechnen Sie die Länge der Strecke zwischen diesen beiden Punkten.

Wenn Sie den ersten Teil der Aufgabe nicht lösen können, rechnen Sie den zweiten Teil mit den Punkten  $P(3/4/0)$  und  $Q(0/-5/2)$ .

e) Entscheiden Sie durch Rechnung, ob  $g_1$  die Ebene E schneidet. Wenn das so ist, geben Sie auch die Koordinaten des Schnittpunkts an.

$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + v \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

f) Die Geraden  $g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$  und  $g_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} 23 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  schneiden sich.

Der Parameter t soll in beiden Gleichungen denselben Wert haben und beschreibt als Zeit t, zu welchem Zeitpunkt sich ein Punkt wo auf der jeweiligen Geraden befindet.

f<sub>1</sub>) Berechnen Sie, unter welchem Winkel sich die beiden Geraden schneiden.

f<sub>2</sub>) Entscheiden Sie, ob sich zur gleichen Zeit t zwei Punkte gleichzeitig auf dem Schnittpunkt befinden und damit „zusammenstoßen“.

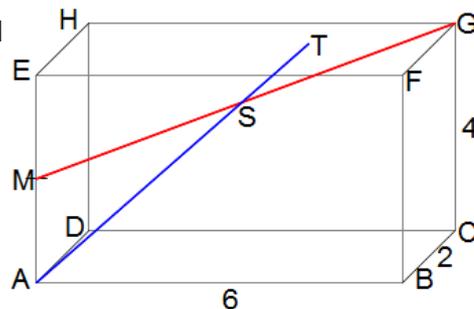
g) Die Gleichung von  $g_3$  wird folgendermaßen abgeändert:  $g_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} 23 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} a \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

Geben Sie mit Begründung an, ob man den Wert für den Parameter a so wählen kann, dass die beiden Geraden  $g_1$  und  $g_3$  parallel bzw. senkrecht verlaufen können und geben Sie gegebenenfalls Werte für a an.

- 2 In einem Quader mit den Seitenlängen  $AB=6$ ,  $BC=2$  und  $CG=4$  sind die beiden Strecken  $MG$  und  $AT$  eingezeichnet.

$M$  ist der Mittelpunkt der Strecke  $AE$ .  
 $S$  ist der Mittelpunkt der Strecke  $MG$ .  
Die beiden Strecken schneiden sich im Punkt  $S$ .  
 $T$  liegt auf der Rechtecksebene  $EFGH$ .

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes  $T$ .



- 3 Die Gerade  $g_4: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ c \end{pmatrix}$  ist gegeben.

Untersuchen Sie rechnerisch, welchen Wert  $c$  annehmen muss, damit die Gerade die  $x$ -Achse bei 10 schneidet.

- 4 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Ebenengleichungen zu den Ebenen  $E_1$  und  $E_2$  dieselbe Ebene beschreiben.

$$E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + a \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + b \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}; \quad E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix} + d \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!**