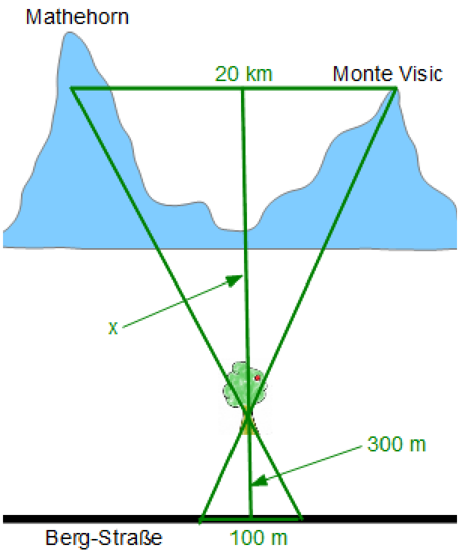
Lösung

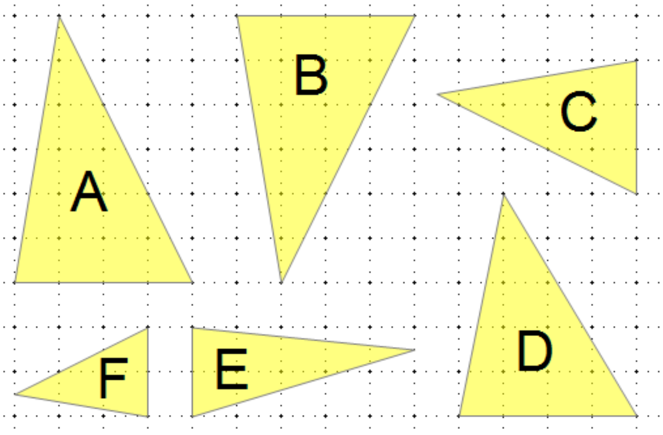
1 Johannes und Margaretha fahren mit ihren Eltern auf der Berg-Straße parallel zu einer Gebirgskette. An einer senkrecht abgehenden Straße steht ein einsamer Baum. Als der Monte Visic hinter dem Baum verschwindet, fangen die beiden an, ihren Fahrweg zu messen (sie beobachten die Leitpfosten an der Straße, die immer 50 m voneinander entfernt stehen). Genau in dem Moment, in dem das Mathehorn hinter dem Baum verschwindet, haben sie auf der Berg-Straße 100 m zurückgelegt. Die Entfernung des Baumes von der Berg-Straße schätzen sie mit Hilfe der Pfosten auf 300 m.
In einem Fremdenführer steht, dass Monte Visic und Mathehorn 20 km voneinander entfernt sind.

Berechne, wie weit die Bergstraße von der Gebirgskette entfernt ist.



Die eingezeichneten grünen Hilfslinien zeigen, wie man mit dem Strahlensatz x berechnen kann:
$\frac{x}{20\,km}=\frac{300\,m}{100\,m}$ → $x=\frac{300\,m}{100\,m}\cdot 20\,km=3\cdot 20\,km=60\,km$ *Den Abstand der Berg-Straße bis zum Baum kann man vernachlässigen, sodass die Entfernung von der Straße bis zur Gebirgskette 60 km beträgt.*

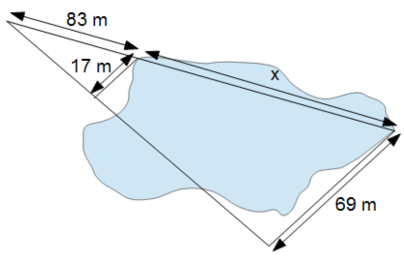
2 Schreibe auf, welche Dreiecke jeweils zueinander ähnlich sind.



Die Verhältnisse von Höhe zu Grundseite betragen bei
$A:\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$; $B:\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$; $C:\frac{4{,}5}{3}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$;
$D:\frac{5}{4}$; $E:\frac{5}{2}$; $F:\frac{3}{2}$
Ähnlich können also nur die Dreiecke A, B, C und F sein. Auf Grund der Lage der Spitze sind aber nur A und F bzw. B und C ähnlich.

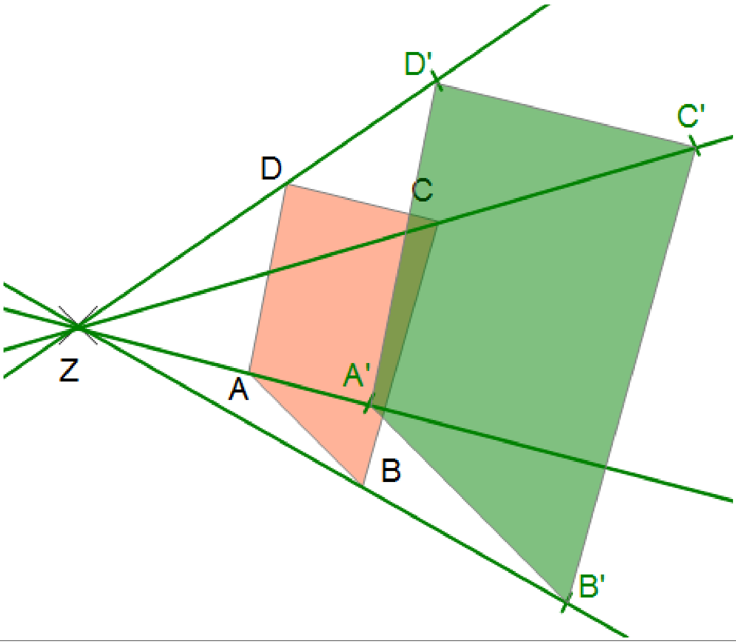
3 Die Breite eines Sees soll bestimmt werden.
Man misst dazu 3 Strecken aus und erhält die Längen 83 m, 17 m und 69 m. Die beiden 17 m und 69 m langen Strecken sind parallel zueinander.

Berechne die Breite x des Sees.



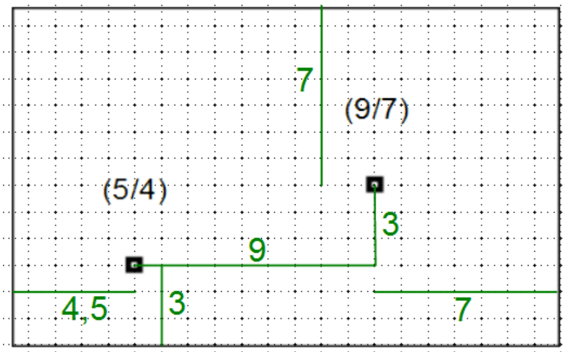
$\frac{x+83\,m}{69\,m}=\frac{83\,m}{17\,m}$ → $x+83\,m=\frac{83\,m\cdot 69\,m}{17\,m}$ → $x=\frac{83\cdot 69}{17}m-83\,m\approx 253{,}9\,m$
Die Breite des Sees beträgt also etwa 254 m.

4 Das Viereck ABCD soll mit dem Streckfaktor k=1,7 gestreckt werden. Konstruiere das Bild.



5 Auf dem Taschenrechner sind die beiden Punkte (5/4) und (9/7) dargestellt. Die x- und die y-Achse liegen außerhalb des sichtbaren Bereichs.

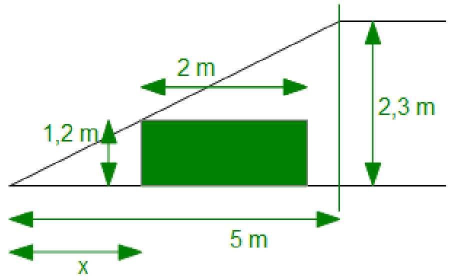
Finde durch Abmessen aus nebenstehendem Screenshot und durch Berechnung heraus, welche ganzzahligen Werte für Xmin, Xmax, Ymin und Ymax im Menü WINDOW eingestellt wurden.



waagrecht: Die Differenz der x-Werte der beiden gegebenen Punkte beträgt 9-5=4. Dem entsprechen 9 Kästchen im Gitter. 4,5 Kästchen im Gitter (links) entspricht also die Hälfte von 4, also 2 in Wirklichkeit. Zieht man vom x-Wert 5 des linken Punktes also 2 ab, so erhält man 3 und damit Xmin=3.
Vom rechten Punkt bis zum rechten Rand sind es noch 7 Kästchen, also gilt für den tatsächlichen Abstand x: $\frac{x}{7}=\frac{4}{9}$ → $x=\frac{4}{9}\cdot 7=\frac{28}{9}\approx\frac{27}{9}=3$ *Addiert man also 3 zum x-Wert des rechten Punktes erhält man 9+3=12 und damit Xmax=12.*
In y-Richtung ist die Sache einfacher: Hier hat jedes Kästchen die Länge 1 in Wirklichkeit. Deshalb liegt der untere Rand bei 4-3=1 und der obere Rand bei 7+7=14.

6 In einer Studenten-Dachwohnung ist die Decke sehr schräg und beginnt am Fußboden. Erst 5 m weit im Raum wird die maximale Decken-Höhe von 2,30 m erreicht. Ein Bett soll mit dem 1,20 m hohen Kopfende unter die Schräge gestellt werden. Das Gestell ist 2,00 m lang.

Berechne, ob das Bett vollständig unter der Schräge Platz findet.



Mit Hilfe des 2. Strahlensatzes findet man:

$$\frac{x}{1{,}2}=\frac{5}{2{,}3} \rightarrow x=\frac{5\cdot 1{,}2}{2{,}3}=\frac{6}{2{,}3}\approx 2{,}61$$

Das Bett steht mit seinem Kopfende also etwa 2,61 m entfernt von der aus Fußboden und Dach geformten Spitze. Zusammen mit der Länge des Bettes ist das Fußende des Betts also 2,61 m + 2,00 m = 4,61 m von der Spitze entfernt. Damit steht das Fußende noch unter der Schräge. Es fehlen noch etwa 39 cm bis zu der Stelle, an der die waagrechte Decke beginnt.

---

7 Auf die Wand einer sehr großen Fabrik soll bei einem Festival ein riesiges Bild projiziert werden, das eine Breite von 250 m haben soll. Man möchte eine Beleuchtungsstärke erreichen, die der Beleuchtungsstärke von einem „normalen" Diaprojektor bei einer Projektionsbreite von 1,25 m entspricht.

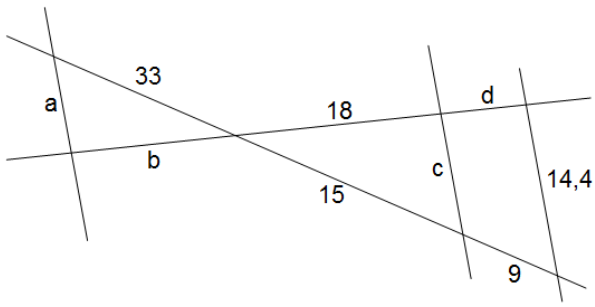
Berechne, um das Wievielfache mehr Licht ausgesendet werden muss, damit die entsprechende Helligkeit erreicht wird.

Der Streckfaktor k, mit dem man von der Breite 1,25 m auf die Breite 250 m kommt, berechnet sich so: $1{,}25\cdot k=250 \rightarrow k=\frac{250}{1{,}25}=200$

Da sich bei zentrischer Streckung der Flächeninhalt um den Faktor k² verändert, ergibt sich hier $k^2=200^2=40000$ *. Die Lampe muss also die 40000-fache Lichtmenge aussenden wie ein „normaler" Projektor.*

---

8 Berechne die Längen der Strecken a, b, c und d.



Mit Hilfe der Strahlensätze lassen sich die einzelnen Längen berechnen:

a: $\frac{a}{33}=\frac{14{,}4}{15+9}=\frac{14{,}4}{24} \rightarrow a=\frac{14{,}4\cdot 33}{24}\underset{12}{=}\frac{1{,}2\cdot 33}{2}\underset{2}{=}0{,}6\cdot 33=19{,}8$

b: $\frac{b}{33}=\frac{18}{15} \rightarrow b=\frac{18\cdot 33}{15}\underset{3}{=}\frac{18\cdot 11}{5}=\frac{198}{5}=\frac{396}{10}=39{,}6$

c: $\frac{c}{15}=\frac{14{,}4}{15+9}=\frac{14{,}4}{24} \rightarrow c=\frac{14{,}4\cdot 15}{24}\underset{12}{=}\frac{1{,}2\cdot 15}{2}\underset{2}{=}0{,}6\cdot 15=9$

d: $\frac{d}{9}=\frac{18}{15} \rightarrow d=\frac{18\cdot 9}{15}\underset{3}{=}\frac{6\cdot 9}{5}=\frac{54}{5}=\frac{108}{10}=10{,}8$

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!