

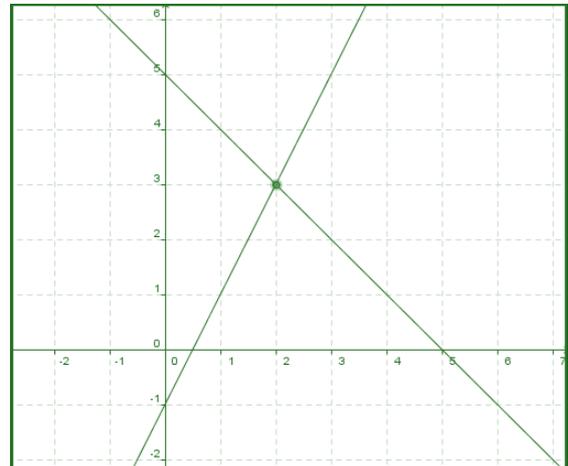


Lösung

Der Taschenrechner darf bei allen Aufgaben zur Berechnung von Termen eingesetzt werden. Ob die Grafikfunktionen und Matrizenrechnung erlaubt sind, ist bei jeder Aufgabe angegeben.

1 Löse das Gleichungssystem durch Zeichnung
(ohne Taschenrechner): $\begin{cases} y=2x-1 \\ y=-x+5 \end{cases}$

Aus der Zeichnung liest man am Schnittpunkt der beiden Geraden ab: $x=2 ; y=3$
Die Lösungsmenge des Gleichungssystems ist also $\mathbb{L}=\{(2/3)\}$

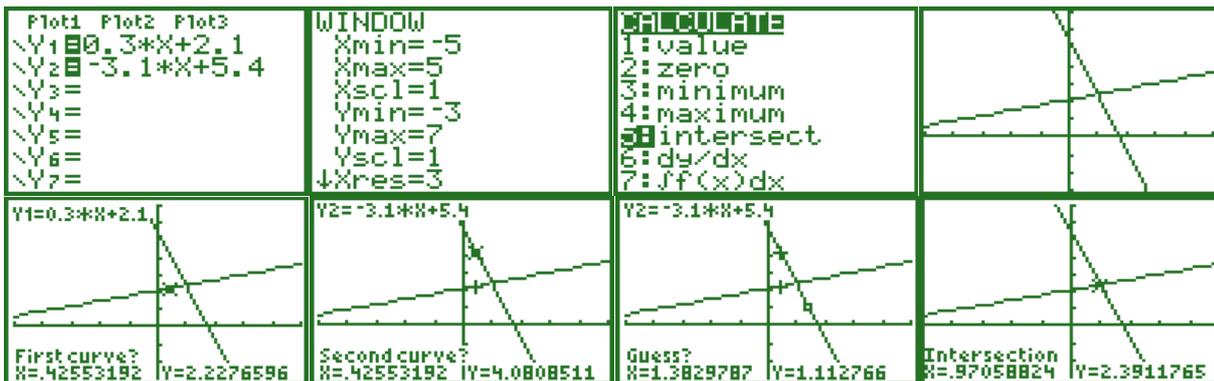


2 Löse das Gleichungssystem zeichnerisch mit Hilfe des Taschenrechners
(benutzte Taschenrechnerfunktionen angeben): $\begin{cases} y = 0,3x+2,1 \\ 3,1x+y = 5,4 \end{cases}$

Umformen für die Eingabe unter Y=

$$\begin{cases} y = 0,3x+2,1 \\ y = -3,1x+5,4 \end{cases}$$

Lösung finden mit dem INTERSECT-Befehl unter CALC:



Als Lösungen ergeben sich die Werte $x=0,97058824$ und $y=2,3911765$, also $x \approx 1,0$ und $y \approx 2,4$ und die Lösungsmenge ist $\mathbb{L}=\{(1,0/2,4)\}$.

3 Löse die folgenden Gleichungssysteme ohne Benutzung des Taschenrechners.

$$\text{a) } \begin{cases} 2y = 5x - 26 \\ 4x - 2y = 22 \end{cases}$$

Additionsverfahren: $4x = 5x - 4 \xrightarrow{-x+4} 4 = x \rightarrow 2y = 5 \cdot 4 - 26 = 20 - 26 = -6 \xrightarrow{:2} y = -3$ oder

Einsetzungsverfahren: $4x - (5x - 26) = 22 \rightarrow 4x - 5x + 26 = 22 \xrightarrow{-26} -x = -4 \xrightarrow{\cdot(-1)} x = 4 \rightarrow y = -3$

In beiden Fällen gilt also $\mathbb{L} = \{(4/-3)\}$.

$$\text{b) } \begin{cases} 7y = 3x - 10 \\ 7y = 222 - 5x \end{cases}$$

Gleichsetzungsverfahren: $3x - 10 = 222 - 5x \xrightarrow{+5x+10} 8x = 232 \xrightarrow{:8} x = 29 \rightarrow 7y = 3 \cdot 29 - 10 \rightarrow$

$7y = 87 - 10 = 77 \xrightarrow{:7} y = 11 \rightarrow \mathbb{L} = \{(29/11)\}$

$$\text{c) } \begin{cases} 1,2x + 0,8y = -0,4 \\ -2,4x - 1,2y = 2,4 \end{cases} \xrightarrow{\text{obere Gleichung} \cdot 2} \begin{cases} 2,4x + 1,6y = -0,8 \\ -2,4x - 1,2y = 2,4 \end{cases}$$

Additionsverfahren: $0,4y = 1,6 \xrightarrow{:0,4} y = 4 \rightarrow 1,2x + 0,8 \cdot 4 = -0,4 \rightarrow 1,2x + 3,2 = -0,4 \xrightarrow{-3,2}$

$1,2x = -3,6 \xrightarrow{:1,2} x = -3 \rightarrow \mathbb{L} = \{(-3/4)\}$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{1}{2}x = \frac{1}{3}y + 8 \\ \frac{1}{2}y = \frac{1}{4}x - 6 \end{cases} \xrightarrow{\text{umstellen}} \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 8 \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y = 6 \end{cases} \xrightarrow{\text{oben} \cdot 6, \text{unten} \cdot 4} \begin{cases} 3x - 2y = 48 \\ x - 2y = 24 \end{cases}$$

Subtraktionsverfahren: $2x = 24 \xrightarrow{:2} x = 12 \rightarrow 12 - 2y = 24 \xrightarrow{-12} -2y = 12 \xrightarrow{:(-2)} y = -6 \rightarrow \mathbb{L} = \{(12/-6)\}$

$$\text{e) } \begin{cases} 2 \cdot (4x - 3) + 4 \cdot (y + 1) = 18 \\ 8 \cdot (x + 1) - 5 \cdot (y - 2) = 29 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8x - 6 + 4y + 4 = 18 \\ 8x + 8 - 5y + 10 = 29 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8x + 4y = 20 \\ 8x - 5y = 11 \end{cases}$$

Subtraktionsverfahren: $9y = 9 \xrightarrow{:9} y = 1 \rightarrow 8x + 4 \cdot 1 = 20 \xrightarrow{-4} 8x = 16 \xrightarrow{:8} x = 2 \rightarrow \mathbb{L} = \{(2/1)\}$

4 Löse das Gleichungssystem mit Hilfe des Taschenrechners:

$$\begin{cases} 3,578 \cdot x - 1,476 \cdot y = 7,226730 \\ 0,421 \cdot x + 5,224 \cdot y = 15,521193 \end{cases}$$

```
MATRIX[A] 2 x3
[ 3.578 -1.476 7.22673 ]
[ 0.421 5.224 15.521193 ]
z, z=15.521193
```

MATRIX > EDIT

```
rref([A])
[ 1 0 3.141 ]
[ 0 1 2.718 ]
```

MATRIX > MATH und MATRIX > NAMES

```
[ 1 0 3.141 ]
[ 0 1 2.718 ]
Ans>Frac
[ 1 0 3141 ]
[ 0 1 1359 ]
[ 1000 500 ]
```

MATH > 1:FRAC

Benutzt werden die Matrix-Befehle und abschließend der Math-Befehl des Taschenrechners. Ein abschließendes Darstellen der Ergebnisse als Brüche zeigt, dass die Dezimalzahlen exakte Ergebnisse angeben. Also gilt $\mathbb{L} = \{(3,141/2,718)\}$.

- 5 Zwei Zahlen sind gesucht. Addiert man zur größeren Zahl 3, so erhält man das Doppelte der kleineren Zahl. Nimmt man von der Summe der beiden Zahlen die Hälfte, so erhält man genau so viel, als wenn man von der größeren die kleinere Zahl subtrahiert und das Ergebnis davon verdoppelt. Berechne die beiden Zahlen.

Die größere Zahl sei x und die kleinere Zahl y .

1. Bedingung: $x+3=2 \cdot y$

2. Bedingung: $\frac{1}{2} \cdot (x+y) = (x-y) \cdot 2$

Aus der 2. Bedingung folgt $\frac{1}{2} \cdot (x+y) = (x-y) \cdot 2 \xrightarrow{\cdot 2} x+y=4x-4y \rightarrow 5y=3x$

Die 1. Bedingung kann so umgeformt werden, dass vor x der Faktor 3 steht:

$x+3=2y \xrightarrow{\cdot 3} 3x+9=6y \xrightarrow{5y=3x} 5y+9=6y \xrightarrow{-5y} 9=y \rightarrow 3x=5y=5 \cdot 9=45 \xrightarrow{:3} x=15$

Die größere Zahl ist also 15 und die kleinere Zahl 9.

- 6 Achilles und die Schildkröte machen einen Wettlauf. Achilles läuft in 1 Sekunde die Strecke 11 m, die Schildkröte nur 1 m. Die Schildkröte bekommt einen Vorsprung von 100 m. Berechne, wann Achilles die Schildkröte einholt und wieviel Meter er dabei zurückgelegt hat.

Es gilt: „Strecke gleich Geschwindigkeit mal Zeit“ : $s = v \cdot t$

Für Achilles gilt $s_{\text{Achilles}} = 11 \frac{m}{s} \cdot t$.

Für die Schildkröte mit ihrem Vorsprung von 100 m gilt $s_{\text{Schildkröte}} = 1 \frac{m}{s} \cdot t + 100 m$.

Die beiden sollen sich treffen. Also gilt $s_{\text{Achilles}} = s_{\text{Schildkröte}}$.

Gleichsetzungsverfahren: $11 \frac{m}{s} \cdot t = 1 \frac{m}{s} \cdot t + 100 m \xrightarrow{-1m/s} 10 \frac{m}{s} \cdot t = 100 m \xrightarrow{:10m/s} t = \frac{100 m}{10 \frac{m}{s}} = 10 s$

Achilles holt die Schildkröte also nach 10 Sekunden ein.

Wegen $s_{\text{Achilles}} = 11 \frac{m}{s} \cdot 10 s = 110 m$ legt er dabei eine Strecke der Länge 110 m zurück.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!