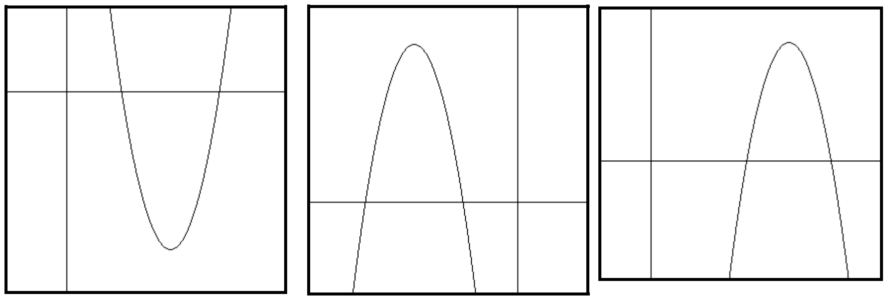
24.05.2002 Klassenarbeit 5 Klasse 10fa Mathematik

Lösungsblatt

1 Drei Gleichungen sind gegeben. Neben den dazugehörigen Graphen sind jeweils noch zwei falsche Graphen abgedruckt. Ordne den Gleichungen die richtigen Graphen zu und begründe jeweils, warum die nicht gewählten Graphen falsch sind.

a) $y = -2 \cdot (x+3)^2 + 4$



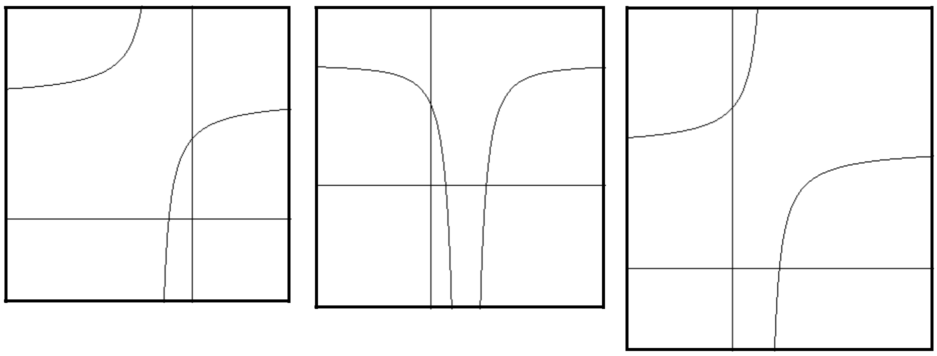
α β γ

$\boxed{\beta}$

* β, weil negativer a-Wert, also Parabel nach unten geöffnet, +3, also nach links verschoben und +4, also nach oben verschoben.
* nicht α, weil die die Parabel nach oben geöffnet, aber a<0, außerdem ist die Parabel nach rechts und nach unten verschoben.
* nicht γ, weil die Parabel nach rechts verschoben ist.

---

b) $y = \frac{-1}{x-1} + 3$



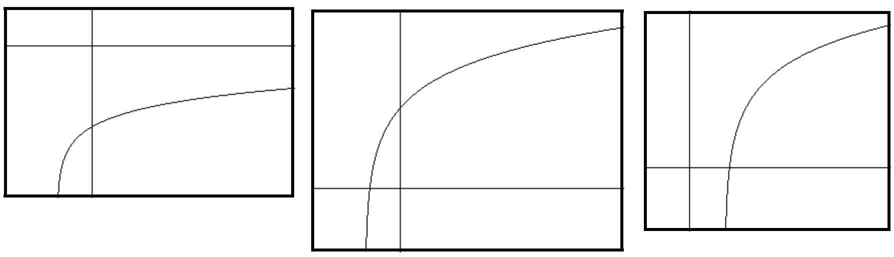
α β γ

$\boxed{\gamma}$

* γ, weil die Hyperbel an einer Waagrechten gespiegelt ist (-1 im Zähler) und nach rechts und nach oben verschoben ist.
* nicht α, weil diese Hyperbel nach links verschoben ist
* nicht β, weil es sich hier nicht um eine lineare Hyperbel handelt (der Nenner müsste das Aussehen $(x-b)^n$ haben mit geradzahligem n)

---

c) $y = \lg(x+1) + 2$



α β γ

$\boxed{\beta}$

* β, weil die Kurve nach links verschoben ist (+1) und einen positiven y-Achsenabschnitt hat (+2).
* nicht α, weil der y-Achsenabschnitt negativ ist
* nicht γ, weil die Kurve nach rechts verschoben ist

---

2 Löse folgende Gleichungen (Winkel im Bogenmaß angeben. Alle Lösungen zwischen 0 und 2π angeben!)

a) $\sin(x^2-2)=\frac{1}{2}$

Lösung:

Substitution: $x^2 - 2 = z$, daraus folgt $\sin z=\frac{1}{2}$ und $z_1=\frac{\pi}{6}=x^2-2$, $z_2=\frac{5\pi}{6}=x^2-2$.

Aus z_1 folgt $x^2=\frac{\pi}{6}+2$ und $x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{\pi}{6}+2}$ mit $x_1\approx1{,}59$ und $x_2\approx-1{,}59$.

Aus z_2 folgt $x^2=\frac{5\pi}{6}+2$ und $x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{5\pi}{6}+2}$ mit $x_1\approx2{,}15$ und $x_2\approx-2{,}15$.

---

b) $3\cdot\sin(2x)=\frac{1}{3}\cdot\sin x$

Lösung:

$3\cdot2\cdot\sin x\cdot\cos x=\frac{1}{3}\cdot\sin x$ wenn sin x $\neq$ 0, darf durch sin x geteilt werden: $6\cdot\cos x=\frac{1}{3}\Rightarrow\cos x=\frac{1}{18}$

Es ergeben sich $x_{1,1}\approx1{,}52$ und $x_{1,2}\approx4{,}77$.
Aber auch für sin x = 0 ist die Gleichung erfüllt.
Daraus ergeben sich die weiteren Lösungen $x_{2,1} = 0$ und $x_{2,2} = \pi \approx 3{,}14$.

---

c) $5\cdot\sin^2 x-3\cdot\cos^2 x=2$

Lösung:

wegen $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ gilt $5\cdot\sin^2 x-3\cdot(1-\sin^2 x)=2$ und $5\cdot\sin^2 x-3+3\cdot\sin^2 x=2$

daraus folgt $8\cdot\sin^2 x=5$ und $\sin^2 x=\frac{5}{8}$ bzw. $\sin x=\pm\sqrt{\frac{5}{8}}$ für x ergeben sich die Lösungen

$x_{1,1}\approx0{,}91$; $x_{1,2}\approx2{,}23$; $x_{2,1}\approx5{,}37$; $x_{2,2}\approx4{,}05$

---

d) $\cos x+\tan x\cdot\cos x=0$

Lösung:

$\cos x\cdot(1+\tan x)=0$ also entweder cos x = 0 oder tan x = -1.

cos x darf aber nicht 0 sein, weil dann bei $\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$ im Nenner 0 stände. Hierfür also keine Lösungen.

Aus tan x = -1 folgen die Lösungen $x_1=\frac{7}{4}\pi\left(eigentlich-\frac{1}{4}\pi\right)$ und $x_2=\frac{3}{4}\pi$

---

e) $4\cdot\cos x = 5 + 3\cdot\sin x$

Lösung:

$4\cdot\sqrt{1-\sin^2 x} = 5 + 3\cdot\sin x$ mit Substitution sin x = z ergibt sich $4\cdot\sqrt{1-z^2} = 5+3\cdot z$

Quadrieren (binomische Formeln!!!) $16\cdot(1-z^2) = 25 + 30\cdot z + 9\cdot z^2$

$$16 - 16\cdot z^2 = 25 + 30\cdot z + 9\cdot z^2 \Rightarrow 0 = 25\cdot z^2 + 30\cdot z + 9 \Rightarrow z^2 + \frac{6}{5}\cdot z + \frac{9}{25} = 0$$

p-q-Formel: $z_{1,2} = -\frac{3}{5} \pm \sqrt{\frac{9}{25} - \frac{9}{25}} = -\frac{3}{5} = \sin x$, also nur eine Lösung für z

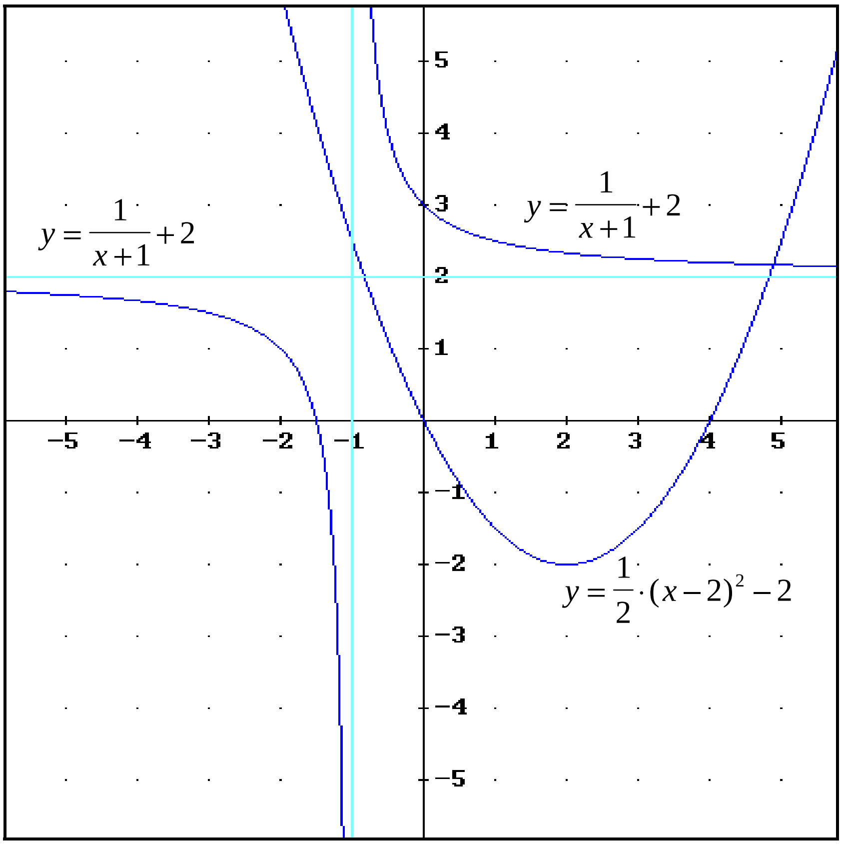
Für x ergeben sich die Werte $x_1 \approx 5{,}64$ und $x_2 \approx 3{,}80$.

---

3 Zeichne in das Koordinatensystem die Graphen mit folgenden Gleichungen ein:

a) $y = \frac{1}{2}\cdot(x-2)^2 - 2$

b) $y = \frac{1}{x+1} + 2$



Viel Erfolg bei der Lösung der Aufgaben!!!