



Lösung

1 Schreibe ohne Bruchstrich: $\frac{x^2}{y^{-3}} = x^2 \cdot y^3$

2 Löse nach x auf und berechne x: $-7x^5 + 224 = 0$
 $\rightarrow 7x^5 = 224 \rightarrow x^5 = \frac{224}{7} = 32 \rightarrow x = \sqrt[5]{32} = 2$

3 Forme in Wurzelschreibweise um: $(a-7b)^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{(a-7b)^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{(a-7b)^3}}$

4 Vereinfache so weit wie möglich

a) $x^2 \cdot 2x^0 \cdot 3x \cdot x^{-3} = 6 \cdot x^{2+0+1-3} = 6 \cdot x^0 = 6 \cdot 1 = 6$

b) $\left(\frac{y \cdot \sqrt{3}}{z \cdot \sqrt{5}}\right)^{-4} = \left(\frac{z \cdot \sqrt{5}}{y \cdot \sqrt{3}}\right)^{+4} = \frac{z^4 \cdot 5^2}{y^4 \cdot 3^2} = \frac{25z^4}{9y^4}$

c) $\sqrt{c} : \sqrt[3]{c} = c^{\frac{1}{2}} : c^{\frac{1}{3}} = c^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = c^{\frac{3}{6} - \frac{2}{6}} = c^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{c}$

d) $\frac{((x+y) \cdot (x-y))^{-2}}{(x^2 - y^2)^{-3}} = \frac{(x^2 - y^2)^3}{((x+y) \cdot (x-y))^2} = \frac{((x+y) \cdot (x-y))^3}{((x+y) \cdot (x-y))^2} = (x+y) \cdot (x-y) = x^2 - y^2$

e) $10a^5b^4 : \frac{15a^2b^2}{x^2y} = 10a^5b^4 \cdot \frac{x^2y}{15a^2b^2} = \frac{10a^5b^4 \cdot x^2y}{15a^2b^2} = \frac{2a^3b^2x^2y}{3} = \frac{2}{3}a^3b^2x^2y$

f) $((-2)^3)^{-4} = (-8)^{-4} = \frac{1}{(-8)^4} = \frac{1}{4096}$

5 Ergänze die fehlenden Zellen in der Tabelle so, dass in der mittleren Zeile die Werte für ein lineares Wachstum stehen und in der unteren Zeile die Werte für ein exponentielles Wachstum.

	1	2	3	4	5
lineares Wachstum	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5
exponentielles Wachstum	2,0	3,0	4,5	6,75	10,125

lineares Wachstum: +1,5 ; exponentielles Wachstum: ·1,5

- 6 Von einer Exponentialfunktion der Form $y = a \cdot b^x$ ist bekannt, dass der Graph durch die Punkte A(3/6) und B(8/4) verläuft.
Berechne die Werte für a und b und gib die vollständige Funktionsgleichung an.

$$\left\{ \begin{array}{l} 6 = a \cdot b^3 \\ 4 = a \cdot b^8 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{dividieren}} b^5 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \rightarrow b = \sqrt[5]{\frac{2}{3}} \xrightarrow{\text{einsetzen}} 6 = a \cdot \sqrt[5]{\frac{2^3}{3}} \rightarrow a = \frac{6}{\sqrt[5]{\frac{2^3}{3}}} \rightarrow y = \frac{6}{\sqrt[5]{\frac{2^3}{3}}} \cdot \sqrt[5]{\frac{2^x}{3}} \approx 7,65 \cdot 0,92^x$$

- 7 Zu Beginn der 15-Minutenpause setzen 2 Schüler der 9. Klassenstufe innerhalb dieser Klassenstufe ein Gerücht in Umlauf.
Man weiß, dass sich Gerüchte an der Schule so verbreiten, dass sich nach 4 Minuten die Zahl der Mitwisser verdreifacht hat.
Stelle eine Gleichung auf und berechne damit, wie viele Schüler am Ende der Pause das Gerücht gehört haben. Gib an, ob dann alle 120 Schüler der 9. Klassenstufe informiert sind.

Ansatz Exponentialfunktion: $y = a \cdot b^{\frac{x}{c}}$; $a = 2$; $b = 3$; $c = 4 \rightarrow y = 2 \cdot 3^{\frac{15}{4}} = 123$

Die 15 Minuten Pause haben ausgereicht, um alle Schüler der 9. Klassenstufe zu informieren.

- 8 Ein „vergessenes“ Guthaben lag 25 Jahre bei der Sparkasse und wurde dort durchgängig mit 1,5% jährlich verzinst. Der jetzige Kontostand beträgt 1451 €. Berechnen Sie, wieviel vor 25 Jahren eingezahlt wurde.

$$K(t) = K(0) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^t ; t = 25a ; K(25a) = 1451 \text{ €} ; p = 1,5$$

$$\text{gesucht ist } K(0): 1451 \text{ €} = K(0) \cdot \left(1 + \frac{1,5}{100}\right)^{25} \rightarrow K(0) = \frac{1451 \text{ €}}{\left(1 + \frac{1,5}{100}\right)^{25}} = \frac{1451 \text{ €}}{1,015^{25}} \approx 1000 \text{ €}$$

Vor 25 Jahren wurden 1000 € (bzw. etwa 2000 DM) eingezahlt.

- 9 Im Nebel kann man nur Gegenstände sehen, wenn von ihnen 2% des ausgesandten Lichts im Auge ankommen. Angenommen, es herrscht „Nebel mit Sichtweite 50m“. Berechnen Sie, wieviel Prozent des Lichts auf 1 Meter Nebel absorbiert wird.

Ansatz Exponentialfunktion (exponentielle Abnahme): $y = a \cdot b^x$

a ist der Anteil des Lichts, der z.B. von einem 50m entfernten Auto ausgesandt wird, also 100%.

y ist der Anteil des Lichts, das beim Beobachter ankommt, also 2%.

x ist die Entfernung in Metern, also 50. b ist gesucht.

$$2\% = 100\% \cdot b^{50} \rightarrow \frac{2}{100} = 0,02 = b^{50} \rightarrow b = \sqrt[50]{0,02} \approx 0,925$$

Setzt man für x eine 1 ein (für 1 m), so erhält man $y = 100\% \cdot 0,925^1 = 92,5\%$.

Nach 1 m Nebel sind noch 92,5% des Lichts zu sehen, d.h. es wurden $100,0\% - 92,5\% = 7,5\%$ des Lichts absorbiert.

10 Einige der nebenstehenden Graphen gehören zu einigen der untenstehenden Gleichungen. Ordne die entsprechenden Zahlen und Buchstaben einander zu.

Achtung: Nicht zu jedem Graphen gehört eine Gleichung und nicht zu jeder Gleichung gehört ein Graph!

1 $y=3 \cdot 2^x$ kein Graph

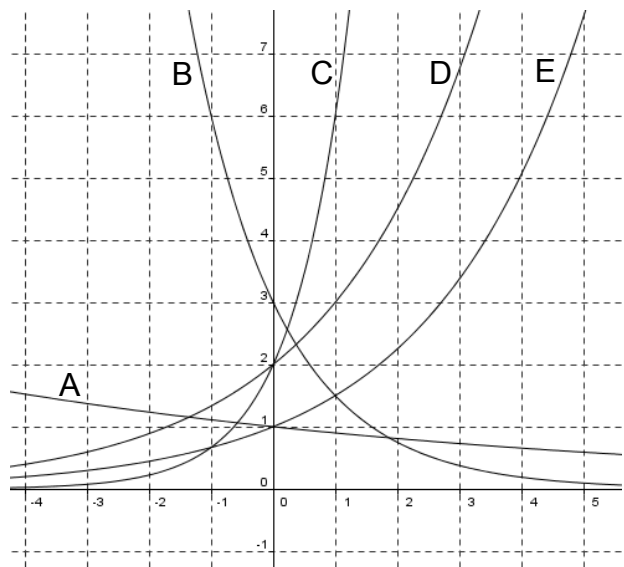
2 $y=3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$ B

3 $y=0,9^x$ A

4 $y=1,5^x$ E

5 $y=2 \cdot 3^x$ C

6 $y=0,5^x$ kein Graph



zum Graphen D gibt es keine Gleichung

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!