Lösung

1 Zur Planung des Sporttages konnten sich die Schülerinnen und Schüler eines Jahrgangs für eine der beiden Sportarten Badminton oder Fußball entscheiden. Die Ergebnisse der Umfrage zeigt die nebenstehende Vierfeldertafel.

	Badminton	Fußball	
Mädchen	45	25	70
Junge	20	30	50
	65	55	120

Gib zu folgenden Fragen sowohl die Rechnungen als auch die Antworten an.

a) Wie groß ist der prozentuale Anteil der Jungen im Jahrgang?

$p(Junge)=\frac{50}{120}=\frac{5}{12}\approx 0{,}417$ *Es sind etwa 41,7% Jungen im Jahrgang.*

b) Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass bei der Auswahl einer beliebigen Person aus dem Jahrgang diese Person ein Mädchen ist, das Fußball spielen möchte.

$p(Mädchen\,und\,Fußball)=\frac{25}{120}=\frac{5}{24}\approx 0{,}208$ *Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt etwa 0,208.*

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, einen Jungen zu erhalten, wenn man aus allen Badminton-Interessierten eine Person zufällig auswählt?

$p_{Badminton}(Junge)=\frac{20}{65}=\frac{4}{13}\approx 0{,}308$ *Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt etwa 0,308.*

d) Entscheide, welche Wahrscheinlichkeit größer ist, wenn es darum geht, unter den Mädchen eine Badminton-Interessierte oder unter den Jungen einen Fußball-Interessierten zu finden.

$p_{Mädchen}(Badminton)=\frac{45}{70}=\frac{9}{14}\approx 0{,}643$ $p_{Junge}(Fußball)=\frac{30}{50}=\frac{3}{5}=0{,}600$

Die Wahrscheinlichkeit für ein badmintoninteressiertes Mädchen ist mit 64,3% etwas größer als für einen fußballinteressierten Jungen mit 60,0%.

e) Wie groß ist der Anteil der Gruppe der fußballinteressierten Mädchen und der badmintoninteressierten Jungen an allen Schülern des Jahrgangs?

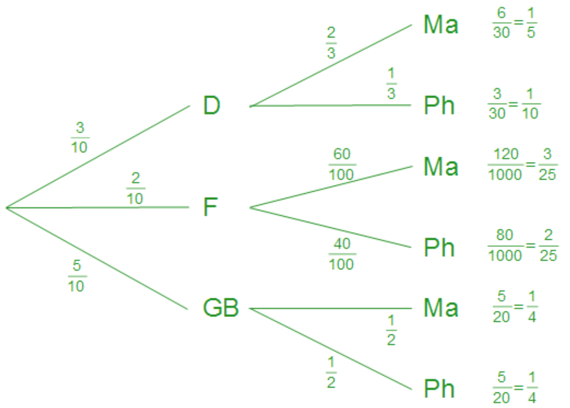
Es gibt 25 fußballinteressierte Mädchen und 20 badmintoninteressierte Jungen. Der gesuchten Gruppe gehören also 45 Personen an. Insgesamt gibt es 120 Personen. Daraus berechnet sich der gesuchte Anteil zu $p(Mädchen\,und\,Fußball)+p(Junge\,und\,Badminton)=\frac{45}{120}=\frac{3}{8}=0{,}375$.

Die Gruppe umfasst 37,5% aller Schüler.

2 Auszug aus dem „Mathausener Lokalblatt“:

Am diesjährigen internationalen naturwissenschaftlichem Austauschprogramm nahmen wieder insgesamt 100 Schülerinnen und Schüler aus den Ländern Deutschland, Frankreich und Großbritannien teil, davon 30 aus Deutschland und 20 aus Frankreich. Es wurden gemeinsam Themen aus dem Bereich der Mathematik und der Physik erarbeitet. Zwei Drittel der deutschen Teilnehmer wählten den Mathematik-Bereich, aber nur 60% der französischen Gäste. Bei den englischen Schülerinnen und Schüler war das Verhältnis zwischen den Mathematik- und Physik-Begeisterten ausgeglichen.

Erstelle zu diesem Artikel ein Baumdiagramm mit Wahrscheinlichkeiten und eine Vielfeldertafel mit absoluten Werten (also Teilnehmerzahlen und nicht Prozentangaben).

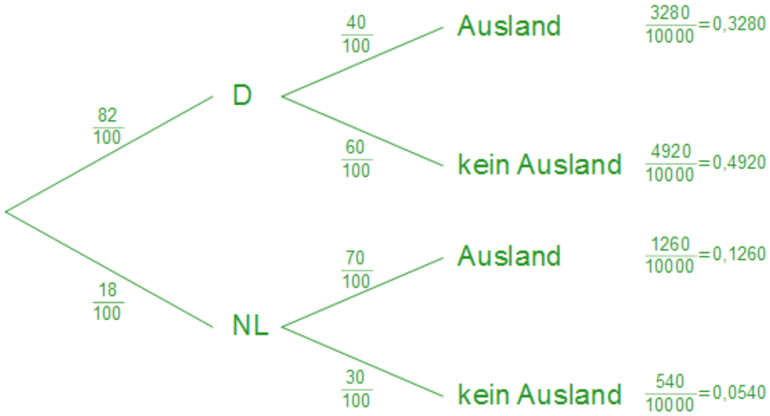


	Mathematik	Physik	
Deutschland	20	10	30
Frankreich	12	8	20
Großbritannien	25	25	50
	57	43	100

---

3 Die deutsch-niederländische Firma „WeitReisen“ will unter allen Deutschen und Niederländern den „WeitReiser“ des Jahres ermitteln. Dazu wählt sie zufällig eine Person aus allen Einwohnern Deutschlands und der Niederlande aus. Angenommen, die ausgewählte Person ist tatsächlich ein Auslandstourist, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dann diese Person ein Deutscher?
Die Firma gibt an, dass 70% der 18 Millionen Niederländer und 40% der 82 Millionen Deutschen im Ausland Urlaub gemacht haben.

Zur Beantwortung der Frage wird zunächst ein Baumdiagramm erstellt:
1. Verzweigung:
Deutscher - Niederländer
2. Verzweigung:
Auslandstourist - kein Auslandstourist



Durch Addition der Werte rechts bei „Ausland“ ergibt sich eine Wahrscheinlichkeit von 32,8%+12,6%=45,4% für einen Urlaub im Ausland.
Der Anteil der Deutschen am Auslandsurlaub ergibt sich daraus zu

$$\frac{p_D(Ausland)}{p_D(Ausland)+p_{NL}(Ausland)}=\frac{0{,}328}{0{,}328+0{,}126}=\frac{0{,}328}{0{,}454}\approx 0{,}722\ .$$

Mit der Wahrscheinlichkeit 0,722 stammt also die ausgewählte Person aus Deutschland.

4 Das „Mathausener Lokalblatt“ möchte über den Zusammenhang zwischen schlechter Witterung und Unfallhäufigkeit berichten. Dazu liegen Daten in Form einer Vierfeldertafel vor, aus denen die Wahrscheinlichkeiten für Regen und Unfälle in Mathausen zu entnehmen sind.

	Unfall	kein Unfall	
Regen	15%	55%	70%
kein Regen	10%	20%	30%
	25%	75%	100%

Schreibe Du diesen Bericht. Der Bericht muss so ausführlich sein, dass man die Vierfeldertafel an Hand des Berichts erstellen kann. Der Bericht darf aber nur einen einzigen Wert direkt aus der Vierfeldertafel benutzen. Alle anderen Werte müssen Ergebnisse sein, die man durch Berechnungen mit den Werten aus der Vierfeldertafel erhalten kann.

Ein möglicher Bericht wäre:

Wie wir alle wissen, ist Mathausen berüchtigt für seine Regenfälle, die unser Stadtgebiet an etwa 70% aller Tage im Jahr heimsuchen. Wie gut die Bevölkerung auf diesen häufigen Regen eingestellt ist, zeigt sich daran, dass die Unfallhäufigkeit an Regentagen nur 21,4% beträgt, während an 33,3% der anderen Tage Unfälle zu verzeichnen sind.

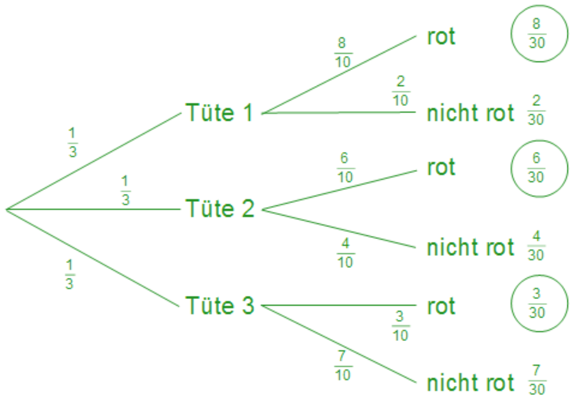
---

5 Bei einem Kindergeburtstag-Spiel wird zwischen roten und andersfarbigen Gummibärchen unterschieden. Drei Tüten werden folgendermaßen gefüllt:
1. Tüte: 8 rote und 2 andersfarbige Gummibärchen
2. Tüte: 6 rote und 4 andersfarbige Gummibärchen
3. Tüte: 3 rotes und 7 andersfarbige Gummibärchen
Die Tüten sind undurchsichtig und man kann nicht in sie hineinsehen.

Spielregel: Man wählt eine Tüte aus, entnimmt der Tüte ein Gummibärchen, schaut sich dessen Farbe an und legt das Gummibärchen wieder zurück. Aus derselben Tüte nimmt man dann noch ein Gummibärchen, schaut sich auch dessen Farbe an und legt das Gummibärchen wieder zurück. Wenn man nun richtig rät, welche Tüte man untersucht hat, darf man die Tüte behalten.

Beim Spiel wird aus der gewählten Tüte zunächst ein rotes Gummibärchen und dann ein andersfarbiges Gummibärchen gezogen.
Berechne die drei Wahrscheinlichkeiten dafür, dass es sich um die 1. Tüte, die 2. Tüte und die 3. Tüte handelt.

1. Lösungsschritt: Erstellen eines Baumdiagramms. Die Wahrscheinlichkeit für jede Tüte wird auf 1/3 gesetzt:



Da das erste Gumibärchen rot ist, wird mit den eingekreisten Wahrscheinlichkeiten weiter gerechnet.

$$p(rot)=\frac{8}{30}+\frac{6}{30}+\frac{3}{30}=\frac{17}{30}$$

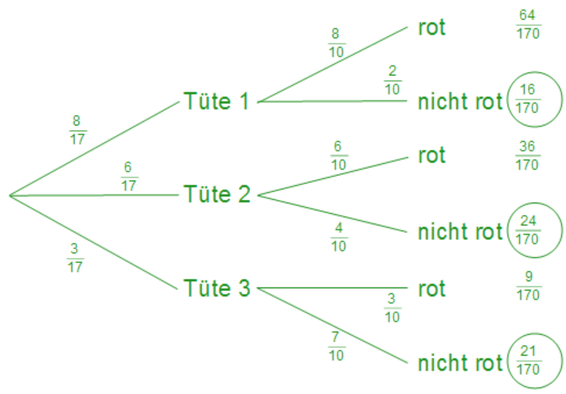
Daraus folgt

$$p_{rot}(\text{Tüte } 1)=\frac{p(\text{rot und Tüte } 1)}{p(\text{rot})}=\frac{\frac{8}{30}}{\frac{17}{30}}=\frac{8}{30}\cdot\frac{30}{17}=\frac{8}{17}$$

$$p_{rot}(\text{Tüte } 2)=\frac{p(\text{rot und Tüte } 2)}{p(\text{rot})}=\frac{\frac{6}{30}}{\frac{17}{30}}=\frac{6}{30}\cdot\frac{30}{17}=\frac{6}{17}$$

$$p_{rot}(\text{Tüte } 3)=\frac{p(\text{rot und Tüte } 3)}{p(\text{rot})}=\frac{\frac{3}{30}}{\frac{17}{30}}=\frac{3}{30}\cdot\frac{30}{17}=\frac{3}{17}$$

Die berechneten Wahrscheinlichkeiten werden im 2. Lösungsschritt als Wahrscheinlichkeiten für die 3 Tüten gesetzt:



Da das 2. Gummibärchen nicht rot ist, wird mit den eingekreisten Werten für den Ausgang „nicht rot“ weiter gerechnet.

$$p(\text{nicht rot})=\frac{16}{170}+\frac{24}{170}+\frac{21}{170}=\frac{61}{170}$$

Daraus folgt:

$$p_{\text{nicht rot}}(\text{Tüte } 1)=\frac{p(\text{nicht rot und Tüte } 1)}{p(\text{nicht rot})}=\frac{\frac{16}{170}}{\frac{61}{170}}=\frac{16}{170}\cdot\frac{170}{61}=\frac{16}{61}\approx 0{,}262$$

$$p_{\text{nicht rot}}(\text{Tüte } 2)=\frac{p(\text{nicht rot und Tüte } 2)}{p(\text{nicht rot})}=\frac{\frac{24}{170}}{\frac{61}{170}}=\frac{24}{170}\cdot\frac{170}{61}=\frac{24}{61}\approx 0{,}393$$

$$p_{\text{nicht rot}}(\text{Tüte } 3)=\frac{p(\text{nicht rot und Tüte } 3)}{p(\text{nicht rot})}=\frac{\frac{21}{170}}{\frac{61}{170}}=\frac{21}{170}\cdot\frac{170}{61}=\frac{21}{61}\approx 0{,}344$$

Da sich nach dem 2.Versuch für die Tüte 2 die größte Wahrscheinlichkeit ergibt, sollte man auf diese Tüte tippen um zu gewinnen.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!