

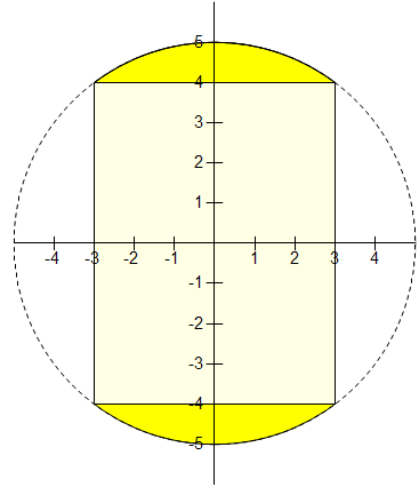
Name: \_\_\_\_\_ Rohpunkte : /



Bewertung : Punkte ( )

1 Berechnen Sie das Integral  $\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}} dx =$

- 2 Aus einer Vollkugel aus Holz soll ein Armreif hergestellt werden. Dazu wird mit einem Zentrumsbohrer ein zylinderförmiges Stück aus der Holzkugel herausgesägt. Der außen übrig bleibende Bereich bildet den Armreif.
- Berechnen Sie die Masse des Armreifs.  
In der Zeichnung befindet sich die Kugelmittle im Koordinatenursprung des Koordinatensystems.  
Für den oberen Teil des Kugelumfangs gilt die Beziehung  $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ .  
Der Radius der Kugel beträgt 5 cm, der Durchmesser des herausgeschnittenen Holzblocks beträgt 8 cm.  
Holz hat eine Dichte von  $7 \frac{g}{cm^3}$ .



- 3 Eine Funktion mit der Gleichung vom Typ  $f_{a,b,c}(x) = \frac{ax^2 + bx + a}{x^2 - c}$  besitzt eine Polstelle bei  $x=2$ , einen y-Achsenabschnitt bei  $y=4$  und eine waagrechte Tangente bei  $x=4$ . Berechnen Sie die Werte für  $a$ ,  $b$  und  $c$  und geben Sie die Funktionsgleichung an.

- 4 Gegeben ist eine Funktionsschar mit der Gleichung  $f_k(x) = \frac{x+k}{k \cdot e^x}$  mit  $k > 0$ .

4.1 Zeigen Sie, dass  $f_k'(x) = \frac{1-x-k}{k \cdot e^x}$ .

4.2 Berechnen Sie die Ortslinie der Extremstellen.

4.3 Berechnen Sie das  $k > 0$ , für das das lokale Maximum den kleinsten Funktionswert besitzt.

4.4 Je 2 Kurven der Schar schneiden sich in einem Punkt. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes.

4.5 Berechnen Sie für  $k > 0$  den Flächeninhalt, der von der Kurve und der x-Achse im 1. Quadranten eingeschlossen wird, in Abhängigkeit von  $k$ .  
Geben Sie mit Begründung an, wie groß dieser Flächeninhalt ist, wenn  $k$  gegen Unendlich geht.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!