

Name: _____

Rohpunkte : /



Bewertung : Punkte ()

1 Gegeben sind zwei Ebenen E_1 und E_2 : $E_1: 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 6$ $E_2: \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$

- a) Berechnen Sie die Gleichung der Schnittgerade der beiden Ebenen.
 b) Berechne Sie den Winkel, unter dem sich die beiden Ebenen schneiden.

2 Es sind gegeben eine Geradenschar und eine Ebenenschar:

$$g_k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ 2 \end{pmatrix} \quad E_k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ k \end{pmatrix} + \nu \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- a) Ermitteln Sie rechnerisch, ob es einen k-Wert gibt, bei dem die Gerade parallel zur Ebene verläuft.
 b) Ermitteln Sie rechnerisch, ob es einen k-Wert gibt, bei dem die Gerade senkrecht zur Ebene steht.

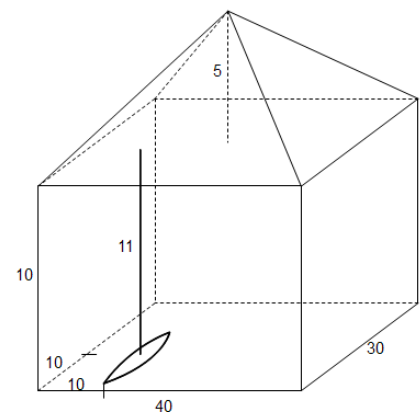
3 Berechnen Sie, für welches k die Ebene E den größten Abstand vom Punkt (0/0/0) hat.

$$E: \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ k-3 \end{pmatrix} - 6 = 0$$

4 a) Die Gleichungen $y = x^2 - 4x + 9$ und $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda^2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ beschreiben denselben Graph. Zeigen Sie, dass diese Aussage richtig ist.

- b) Beantworten Sie durch Rechnung mit jeder der beiden Darstellungen die Frage, welcher Punkt des Graphen der x-Achse am nächsten liegt.

5 In einem Museum soll ein Boot mit einem 11 m langen Mast aufgestellt werden. Das Museum ist rechteckig gebaut und besitzt als Dach eine regelmäßige Pyramide der Höhe 5 m. Die Zeichnung ist nicht maßstabsgerecht! Der Mast wird senkrecht 10 m von der vorderen und 10 m von der linken Seitenwand entfernt aufgestellt. Aus Sicherheitsgründen muss die Mastspitze mindestens 1 m von jeder Dachfläche entfernt bleiben. Entscheiden Sie durch Rechnung, ob diese Bedingung erfüllt ist.



Viel Erfolg beim Bearbeiten der Aufgaben!

6 Zu Weihnachten produziert eine Firma Süßigkeiten, die als Grundstoffe Schokolade und Marzipan enthalten. Aus diesen beiden Grundstoffen werden zunächst 3 verschiedene Zwischenprodukte hergestellt, die dann zu 3 unterschiedlichen Geschenk-Kombinationen zusammengestellt werden.

Die Geschenkkombinationen A, B und C setzen sich folgendermaßen zusammen:

A enthält 3-mal Z1, 4-mal Z2 und 1-mal Z3 als Zwischenprodukte.

B enthält 1-mal Z1, 0-mal Z2 und 1-mal Z3 als Zwischenprodukte.

C enthält 2-mal Z1, 2-mal Z2 und 3-mal Z3 als Zwischenprodukte.

Die Zwischenprodukte setzen sich so aus den Ausgangsstoffen zusammen:

Z1 enthält 5 Teile Schokolade und 3 Teile Marzipan,

Z2 enthält 2 Teile Schokolade und 2 Teile Marzipan und

Z3 enthält 1 Teil Schokolade und 4 Teile Marzipan.

- Berechnen Sie die Übergangsmatrizen und daraus die Matrix, aus der zu ersehen ist, wieviel Schokolade und wieviel Marzipan die Endprodukte A, B und C jeweils enthalten.
- Ein Supermarktunternehmen bestellt eine Großlieferung, wobei in jeder Verpackungseinheit gleich viele Endprodukte A, B und C vorhanden sein sollen. Berechnen Sie, in welchem Verhältnis die Firma die Grundstoffe Schokolade und Marzipan einkaufen muss.

7 In der Gleichung $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}$ wird die erste Matrix durch die Multiplikation mit einer unbekannt Matrix um 90° im Uhrzeigersinn rotiert. Berechnen Sie die Werte für a, b, c und d.

8 Finden Sie durch Rechnung eine 2×2 -Matrix, die invers zu sich selbst ist. Diese Matrix soll keine Zahl 0 als Element enthalten.

(Für eine Matrix A und ihre inverse Matrix A^{-1} gilt: $A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$)

9 Ein Telefonhersteller will ein neues Produkt auf den Markt bringen und verteilt in einem kleinen Ort zu Testzwecken identische Handys mit verschiedenem Aussehen und Namen. Zu Beginn werden jeweils 1000 Handys mit den Bezeichnungen Afon, Efon und Ofon ausgegeben. Jeweils nach 1 Woche können die Testpersonen das Handy gegen ein anderes dieser Art kostenlos tauschen oder auch das Handy behalten.

Wöchentlich zeigen sich immer wieder folgende Austauschraten:

Vom Afon wechseln 10% zum Efon und 15% zum Ofon.

Vom Efon wechseln 5% zum Ofon und 15% zum Afon.

Vom Ofon wechseln 20% zum Afon und 5% zum Efon.

Stellen Sie die Übergangsmatrix auf und berechnen Sie, wieviele Handys von jeder Sorte nach etwa 1 Jahr ausgegeben sind.

10 Nebenstehende Grafik zeigt in vereinfachter Form, wie sich eine Population von Käfern entwickelt. In jeweils gleichen Zeitabschnitten legt ein Käfer 8 Eier, von den Eiern werden $\frac{1}{4}$ zu Larven und von den Larven die Hälfte zu Käfern. Die Käfer sterben nach der Eiablage, die übrigen Eier und Larven werden gefressen oder sterben. Zu Beginn seien 120 Eier, 60 Larven und 36 Käfer vorhanden. Berechnen Sie über 6 Zeitabschnitte die Entwicklung der Population. Was fällt auf?

