2009-09-16 Klassenarbeit 1 Klasse 9a Mathematik

Lösung

1 Die Bildschirmformate für Computerbildschirme werden häufig als Verhältnis der Anzahl der Bildpunkte waagrecht:senkrecht angegeben. Gib an, welche der folgenden Formate untereinander ähnlich (mathematische Definition von ähnlich, siehe Unterricht) sind.

4:3 16:9 15:9 16:10 5:4 25:16 5:3

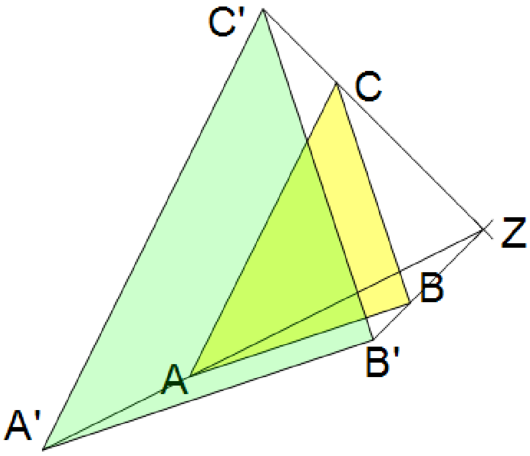
„Kürzt“ man die Formate, so ergeben sich

$4:3=1,\overline{3}$ $16:9=1,\overline{7}$ $15:9=5:3=1,\overline{6}$ $16:10=8:5=1,6$ $5:4=1,25$ $25:16=1,5625$ $5:3=1,\overline{6}$

Man sieht, dass nur die Formate 15:9 und 5:3 als Bruch denselben Wert haben. Nur die Bilder dieser beiden Bildschirme sind ähnlich. Sonst treten von Gerät zu Gerät unterschiedlich starke Verzerrungen auf.

---

2 Bilde das Dreieck ABC durch zentrische Streckung von Z aus mit dem Streckfaktor k=1,5 ab.



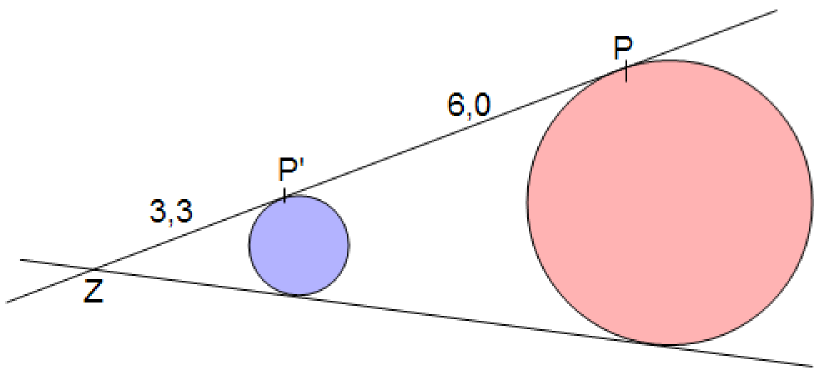
---

3 Auch Kreise kann man zentrisch strecken. Der große rote Kreis wird auf den kleineren blauen Kreis abgebildet.
Finde zeichnerisch das Streckzentrum heraus und ermittle durch Messung und Rechnung den Streckfaktor.

Man legt 2 Tangenten an die Kreise und findet so das Streckzentrum Z.
Wenn die Berührpunkte an den Kreisen P und P' sind, ergibt sich der Streckfaktor k aus den gemessenen Längen $\overline{ZP'}=3,3$ *und* $\overline{P'P}=6,0$ *:*

$\overline{ZP}=3,3+6,0=9,3$

$k=\frac{\overline{ZP'}}{\overline{ZP}}=\frac{3,3}{9,3}=0,35$



4 Punkt P wird von Z aus mit dem Streckfaktor k auf Punkt P' gestreckt.
Gegeben sind Z(2/1), P'(11/16), k=3.
Berechne die Koordinaten von Punkt P.

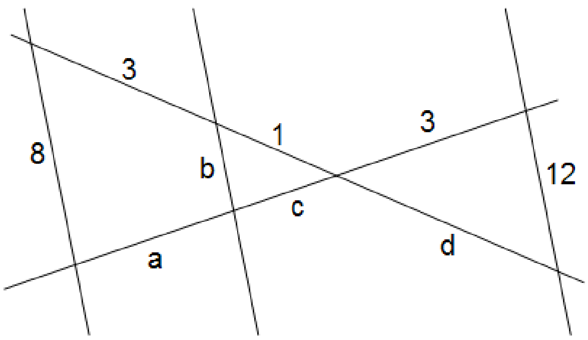
Die x-Werte von Z und P' unterscheiden sich um 11-2=9. Das muss k-mal bzw. 3-mal so viel sein wie der Unterschied der x-Werte von Z und P. Dieser Unterschied beträgt also 3. Zum x-Wert von Z hinzugerechnet ergibt sich für den x-Wert von P 2+3=5.

Die y-Werte von Z und P' unterscheiden sich um 16-1=15. Das muss k-mal bzw. 3-mal so viel sein wie der Unterschied der y-Werte von Z und P. Dieser Unterschied beträgt also 5. Zum y-Wert von Z hinzugerechnet ergibt sich für den y-Wert von P 1+5=6.

Es ergeben sich für P also die Koordinaten P(5/6).

---

5 Berechne die Längen der Strecken a, b, c und d. (Zeichnung nicht maßstabsgerecht)



$$\frac{b}{1}=\frac{8}{3+1}=\frac{8}{4}=2 \;\rightarrow\; b=2$$

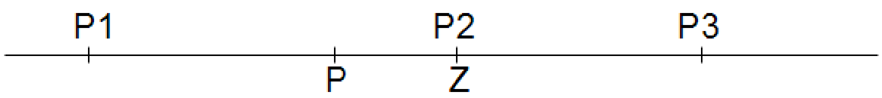
$$\frac{d}{12}=\frac{3+1}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2} \;\rightarrow\; d=12\cdot\frac{1}{2}=6$$

$$\frac{c}{3}=\frac{1}{d}=\frac{1}{6} \;\rightarrow\; c=3\cdot\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{a}{3}=\frac{c}{1}=\frac{1}{2} \;\rightarrow\; a=3\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

---

6 Ermittle zeichnerisch und rechnerisch, mit welchen Streckfaktoren P von Z aus auf
a) P1 , b) P2 , c) P3 abgebildet wird.

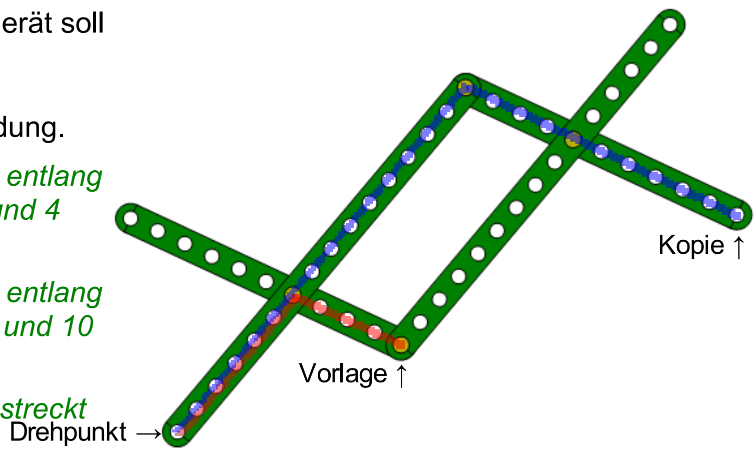


Wenn angenommen wird $\overline{ZP}=+1$ *, so folgt daraus* $\overline{ZP1}=+3, \overline{ZP2}=0, \overline{ZP3}=-2$ *.*

Da $k=\frac{\overline{ZP'}}{\overline{ZP}}$ *, ergeben sich folgende Lösungen: a) k1=+3 ; b) k2=0 ; c) k3=-2.*

---

7 Mit dem rechts abgebildeten Zeichengerät soll eine Vergrößerung erstellt werden.
Ermittle aus den Eigenschaften des Gestänges den Streckfaktor der Abbildung.

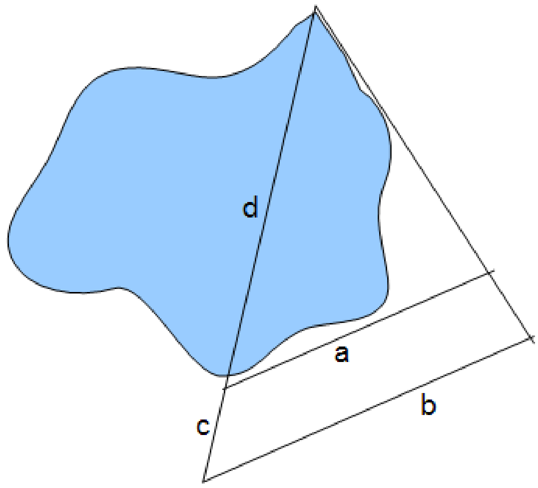


Vom Drehpunkt bis zur Vorlage kommt man entlang der Stäbe über 6 Löcher nach rechts oben und 4 Löcher nach rechts unten.

Vom Drehpunkt bis zur Vorlage kommt man entlang der Stäbe über 15 Löcher nach rechts oben und 10 Löcher nach rechts unten.

Die „rote“ Figur wird auf die „blaue“ Figur gestreckt mit dem Streckfaktor $k=\frac{15}{6}=\frac{10}{4}=2{,}5$ *.*

8 Der Durchmesser d eines Sees soll bestimmt werden.
Man steckt dazu zwei parallele Strecken a und b ab und misst die Längen der Strecken a, b und c.
Berechne den Durchmesser d des Sees.
a=20m, b=30m, c=30m.
(Zeichnung nicht maßstabsgerecht)



Nach dem 2. Strahlensatz gilt $\frac{b}{a}=\frac{c+d}{d}$ *oder* $\frac{30}{20}=\frac{30+d}{d}$.

Auflösen der Gleichung nach d:

$$\frac{b}{a}=\frac{c+d}{d} \rightarrow b\cdot d=a\cdot(c+d) \rightarrow b\cdot d=a\cdot c+a\cdot d \rightarrow b\cdot d-a\cdot d$$
$$\rightarrow (b-a)\cdot d=a\cdot c \rightarrow d=\frac{a\cdot c}{b-a}=\frac{20\cdot 30}{30-20}=\frac{600}{10}=60$$

Man kann auch sofort mit eingesetzten Zahlenwerten rechnen:

$$\frac{30}{20}=\frac{30+d}{d} \rightarrow 30\cdot d=20\cdot(30+d) \rightarrow 30d=600+20d \rightarrow 10d=600 \rightarrow d=60$$

Der See hat also einen Durchmesser von 60m.

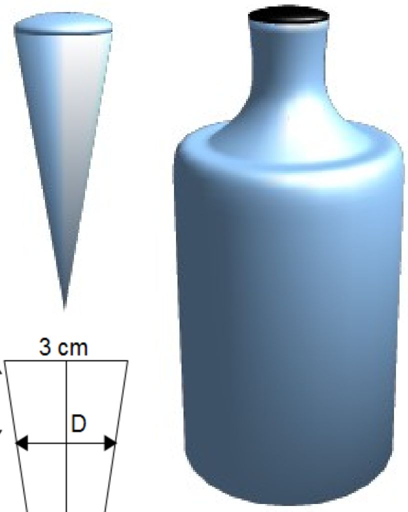
---

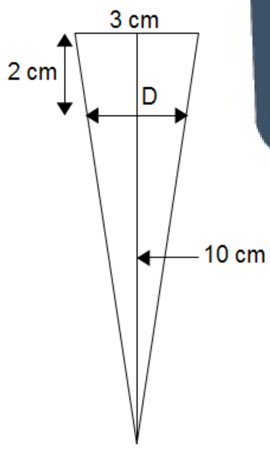
9 Ein Freiballon landet bei tief stehender Sonne und wirft dabei kurz vor dem Aufsetzen auf dem waagrechten Erdboden einen 90m langen Schatten (fette Linie - Annahme: Die Enden des Schattens werden von der Mitte des Korbbodens und von der höchsten Stelle des Ballons gebildet).
Ein Beobachter der Länge 1,90m besitzt zu diesem Zeitpunkt eine eigene Schattenlänge von 5,50m.
Berechne die Höhe des Ballons (Korb-Unterkante bis Ballon-Oberkante).
(Abbildung nicht maßstabsgerecht)

Nach dem 1. Strahlensatz verhält sich die Höhe des Ballons zur Länge des Ballon-Schattens wie die Länge des Beobachters zur Länge des Beobachter-Schattens, also

$$\frac{Höhe}{90\,m}=\frac{1{,}90\,m}{5{,}50\,m} \rightarrow Höhe=\frac{1{,}9}{5{,}5}\cdot 90\,m\approx 31\,m$$

10 Eine Flasche soll mit einem kegelförmigen Verschluss aus Edelstahl versehen werden.
Der Kegel ist 10 cm lang und hat am oberen Rand eine Breite von 3 cm.
Wird der Kegel so weit wie möglich in den Flaschenhals gesenkt, schauen oben noch 2 cm heraus.
Berechne den Durchmesser des Flaschenhalses.
(Abbildung nicht maßstabsgerecht)





Aus der Planfigur geht hervor, dass der in der Flasche verschwundene Teil des Verschlusses 10 cm - 2 cm = 8 cm lang sein muss.

Nach dem 2. Strahlensatz gilt dann

$$\frac{D}{8\,cm}=\frac{3\,cm}{10\,cm} \;\rightarrow\; D=\frac{3}{10}\cdot 8\,cm=2{,}4\,cm$$

Der Flaschenhals hat also einen Durchmesser von 2,4 cm.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!