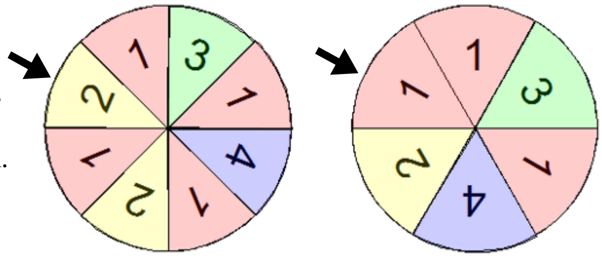
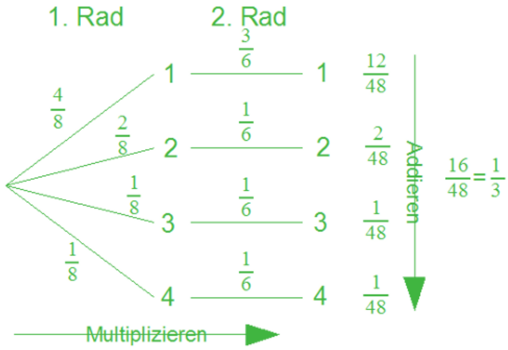
Lösung

1 Beide Glücksräder werden gedreht.
Wenn zwei verschiedene Zahlen angezeigt werden, hat man gewonnen.
Berechne die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn.



1. Glücksrad: $p(1)=\frac{4}{8}$; $p(2)=\frac{2}{8}$; $p(3)=\frac{1}{8}$; $p(4)=\frac{1}{8}$

2. Glücksrad: $p(1)=\frac{3}{6}$; $p(2)=\frac{1}{6}$; $p(3)=\frac{1}{6}$; $p(4)=\frac{1}{6}$



Das Ereignis E: „Zwei verschiedene Zahlen“ hat als Gegenereignis $\overline{E}$ *: „Zwei gleiche Zahlen“.*

Da die Wahrscheinlichkeit für $\overline{E}$ *einfacher zu bestimmen ist als für E, rechnet man:* $p(E)=1-p(\overline{E})$.

Aus nebenstehendem Baumdiagramm entnimmt man für die Summe aller geeigneten Ausgänge für $\overline{E}$ *:* $p(\overline{E})=\frac{1}{3}$

Damit gilt als Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn $p(E)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

---

2 Das Spiel „11-er raus“ besteht aus 80 Karten. Es gibt gleich viele rote, gelbe, blaue und grüne Karten.
Die Karten jeder Farbe tragen die Nummern von 1 bis 20.
Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass man beim Ziehen zweier Karten, ohne dass man die Karten zurück legt,

a) 2-mal die Nummer 10 hat,

Beim Ziehen der 1. Karte gilt $p_1(10)=\frac{4}{80}$, *da es 4 Zehnen unter den 80 Karten gibt.*

Beim Ziehen der 2. Karte gilt dann $p_2(10)=\frac{3}{79}$, *da nur noch 3 Zehnen in den restlichen 79 Karten sind.*

Die Gesamtwahrscheinlichkeit ergibt sich aus $p_1(10)\cdot p_2(10)=\frac{4}{80}\cdot\frac{3}{79}=\frac{1}{20}\cdot\frac{3}{79}=\frac{3}{1580}$

b) eine 10 und eine 12 hat,

Beim 1. Ziehen darf man eine 10 oder eine 12 Ziehen. Es gilt also: $p_1(10\,oder\;12)=\frac{8}{80}=\frac{1}{10}$.

Beim 2. Ziehen sind nur noch 79 Karten da. Von der Zahl, die noch nicht gezogen wurde, sind noch 4 Karten da. Deshalb gilt: $p_2(die\;andere\;Zahl)=\frac{4}{79}$.

Gemeinsam ergibt sich $p_1(10\,oder\;12)\cdot p_2(die\;andere\;Zahl)=\frac{8}{80}\cdot\frac{4}{79}=\frac{1}{10}\cdot\frac{4}{79}=\frac{4}{790}=\frac{2}{395}$

c) 2 gleichfarbige Karten hat.

Beim 1. Ziehen ist es ganz egal, welche Karte gezogen wird: $p_1(\textit{irgendeine Karte})=1$.

Beim 2. Ziehen sind von der Farbe der 1. Karte noch 19 Karten da. Insgesamt sind es noch 79 Karten.

Daraus folgt: $p_2(\textit{Karte gleicher Farbe})=\frac{19}{79}$.

Insgesamt ergibt sich die Wahrscheinlichkeit $p_1(\textit{irgendeine Karte})\cdot p_2(\textit{Karte gleicher Farbe})=1\cdot\frac{19}{79}=\frac{19}{79}$.

---

3 Beim „Mensch ärgere Dich nicht“ darf man 3-mal würfeln, um eine 6 zu bekommen.
Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim 3-maligen Würfeln mindestens 1-mal eine 6 vorkommt.

Das gewünschte Ereignis ist E: „Mindestens 1-mal eine 6 beim 3-maligen Würfeln“.

Das Gegenereignis ist $\overline{E}$ *: „Keine 6 beim 3-maligen Würfeln“.*

Es gilt $p(\overline{E})=\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}=\frac{125}{216}$

Damit gilt für die gesuchte Wahrscheinlichkeit: $p(E)=1-p(\overline{E})=1-\frac{125}{216}=\frac{91}{216}$

---

4 Auf dem Weg zur Schule kommen Johannes und Margarethe an 2 Fußgänger-Ampeln vorbei, die unabhängig voneinander geschaltet werden. Die eine zeigt immer 40s lang Rot und dann 20s lang Grün, die andere Ampel zeigt 20s lang Rot und dann 40s lang Grün.

Margarethe behauptet, dass beide Ampeln in mehr als 40% aller Fälle Grün zeigen.

Johannes glaubt dagegen, dass die Ampeln in weniger als 20% aller Fälle grün zeigen.

Hat einer der beiden Recht? Berechne dazu die Wahrscheinlichkeit, mit der beide Ampeln Grün zeigen.

Die Ampelphase der 1. Ampel beträgt 60s. In dieser Zeit zeigt die 1. Ampel 20s lang Grün.

Also gilt $p_1(\textit{Grün})=\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$.

Die Ampelphase der 2. Ampel beträgt auch 60s. In dieser Zeit zeigt die 2. Ampel 40s lang Grün.

Also gilt $p_2(\textit{Grün})=\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Ampeln Grün zeigen, ist $p_1(\textit{Grün})\cdot p_2(\textit{Grün})=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{9}\approx 0{,}22=22\,\%$.

Margarethe hat nicht Recht, weil 22% weniger als 40% sind und
Johannes hat nicht Recht, weil 22% mehr als 20% sind.

---

5 In einer Klasse sind 20 Mädchen und 10 Jungen. Jeden Tag wird unter den Schüler(inne)n gelost, wer die Tafel wischen darf. Es ist dabei durchaus möglich, dass ein Schüler an aufeinander folgenden Tagen Tafeldienst hat.

Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass an 3 aufeinander folgenden Tagen insgesamt 2 Schülerinnen und 1 Schüler Tafeldienst haben.

Wird eine Schülerin mit M und ein Schüler mit J bezeichnet, so gibt es folgende Möglichkeiten für die Reihenfolge vom Mädchen und Junge an den 3 Tagen: MMJ, MJM, JMM.

Alle 3 Möglichkeiten treten mit derselben Wahrscheinlichkeit auf:

$$\frac{20}{30}\cdot\frac{20}{30}\cdot\frac{10}{30}=\frac{20}{30}\cdot\frac{10}{30}\cdot\frac{20}{30}=\frac{10}{30}\cdot\frac{20}{30}\cdot\frac{20}{30}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4}{27}$$

Da es 3 Möglichkeiten gibt, muss diese Wahrscheinlichkeit noch mit 3 multipliziert werden.

Es ergibt sich also als Lösung $3\cdot\frac{4}{27}=\frac{4}{9}\approx 0{,}44$.

---

6 2 Schüler haben an den Schultagen die Pflege der Fische des Schulaquariums übernommen. Der 1. Schüler ist durchschnittlich an 2% der Tage krank, der 2. Schüler an 3% der Tage.

Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Fische an jedem Schultag gepflegt werden.

Damit die Fische gepflegt werden, muss mindestens 1 Schüler anwesend sein. Das gewünschte Ereignis ist also E: „wenigstens 1 Schüler ist gesund". Das Gegenereignis ist: $\overline{E}$ *: „beide Schüler sind krank".*

Es gilt: $p(\overline{E})=p(1.\,Schüler\,ist\,krank)\cdot p(2.\,Schüler\,ist\,krank)=\frac{2}{100}\cdot\frac{3}{100}=\frac{6}{10000}=0{,}0006=0{,}06\%$.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Fische gepflegt werden beträgt also

$$p(E)=1-p(\overline{E})=1-\frac{6}{10000}=\frac{9994}{10000}=0{,}9994=99{,}94\%$$

Es ist also sehr wahrscheinlich, dass die Fische immer gepflegt werden.

VIEL ERFOLG BEI DER BEARBEITUNG DER AUFGABEN!