

Name: _____ Rohpunkte : /

Bewertung : Punkte ()



1 Gegeben ist die Funktionsschar f_a mit der Gleichung $f_a(x) = \frac{x+2}{x^2-a}$ mit $a \in \mathbb{R}$.

- Untersuchen Sie die Kurvenschar für die a-Werte $a_1=0$ und $a_2=4$ und geben Sie alle Besonderheiten (Nullstellen, Pole, Lücken, Asymptoten) der beiden Funktionen f_0 und f_4 an. Zeichnen Sie auch die Graphen (aussagekräftige Skizze reicht).
- Untersuchen Sie rechnerisch, für welche Werte von a die Kurven der Schar Extremstellen besitzen.
- Gibt es einen Punkt, den jede Kurve der Schar durchläuft?
Wenn ja, berechnen Sie die Koordinaten des Punktes (bzw. der Punkte, wenn es mehrere gibt), wenn nein, geben Sie die Gründe an, die zu diesem Urteil führen.

2 Geben Sie in Worten die Eigenschaften der Funktion $f(x) = \frac{(x-3)^5 \cdot (x+2)^4 \cdot (x-1)^2 \cdot (x+4) \cdot x}{(x-1) \cdot (x+1)^2 \cdot (x+4) \cdot x^3 \cdot (x+6)^2}$ an:
Pole mit und ohne Vorzeichenwechsel, einfache oder mehrfache Nullstellen, hebbare oder nicht hebbare Lücken, Verhalten des Graphen für $x \rightarrow \infty$.

3 Bestimmen Sie die Gleichung der (nicht senkrechten) Asymptote der Funktion $f(x) = \frac{2x^2 - x - 8}{x - 4}$.

4 Der Graph der Parabel mit der Gleichung $f(x) = 5x - x^2$ schließt mit der x-Achse eine Fläche ein.

- Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Fläche.
Diese Fläche wird durch die Gerade mit der Gleichung $g(x) = x$ in zwei Teile geteilt.
- Skizzieren Sie die Parabel und die Gerade im Koordinatensystem und berechnen Sie, welcher der beiden Teile der größere ist.

5 Das bestimmte Integral und sein Wert sind gegeben: $\int_{-1}^a (2x - 6x^2 + 2a^2) dx = 0$

- Berechnen Sie alle Lösungen für den Wert von a.
- Eine der Lösungen können Sie auch ohne jegliche Rechnung angeben. Geben Sie diesen Wert an und den Grund dafür, dass diese Lösung so einfach (hoffentlich!) zu finden ist.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!