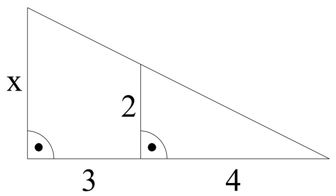
2007-02-07 Klassenarbeit 3 Klasse 9c Mathematik

Lösung *Version 2007-02-11*

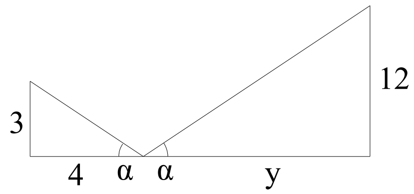
1 Berechne die Streckenlängen x, y und z.

a)



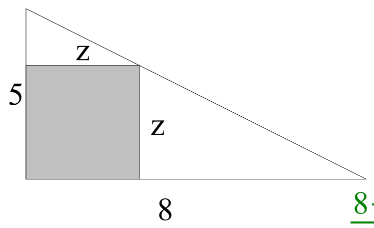
$$\frac{x}{3+4}=\frac{2}{4} \Rightarrow x=\frac{2}{4}\cdot 7=\frac{7}{2}=3{,}5$$

b)



$$\frac{y}{12}=\frac{4}{3} \Rightarrow y=\frac{4}{3}\cdot 12=\frac{48}{3}=16$$

c)



$$\frac{8-z}{z}=\frac{z}{5-z} \Rightarrow (8-z)(5-z)=z^2 \Rightarrow$$

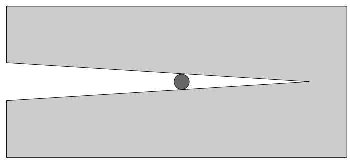
$$40-8z-5z+z^2=z^2 \Rightarrow 40-13z=0 \Rightarrow 40=13z \Rightarrow z=\frac{40}{13}$$

oder einfacher:

$$\frac{8-z}{z}=\frac{8}{5} \Rightarrow 5\cdot(8-z)=8z \Rightarrow 40-5z=8z \Rightarrow 40=13z \Rightarrow z=\frac{40}{13}$$

---

2 Rechts ist in Originalgröße ein Messinstrument abgebildet, mit dem man den Durchmesser eines Drahtes bestimmen kann. Der Querschnitt des Drahtes ist durch den dunkel ausgefüllten Kreis angegeben.
Berechne auf Grund der Abmessungen des Messinstruments den Durchmesser des Drahtes (also nicht den Drahtdurchmesser direkt messen!).

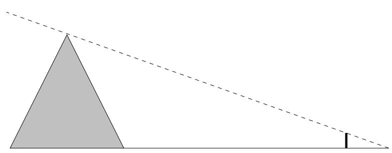


Die Länge des Einschnittes beträgt 4cm und die Breite des Spaltes ganz links 0,5cm.
Der Draht befindet sich 2,3cm vom linken Rand entfernt in dem Messspalt, d.h. die Entfernung zum Ende des Spaltes beträgt (4-2,3)cm = 1,7cm. Die Dicke des Drahtes sei x. Dann gilt auf Grund der Strahlensätze:

$\frac{x}{1{,}7}=\frac{0{,}5}{4} \Rightarrow x=\frac{0{,}5}{4}\cdot 1{,}7=0{,}2125$ *Der Draht hat also eine Dicke von etwa 0,21cm oder 2,1mm.*

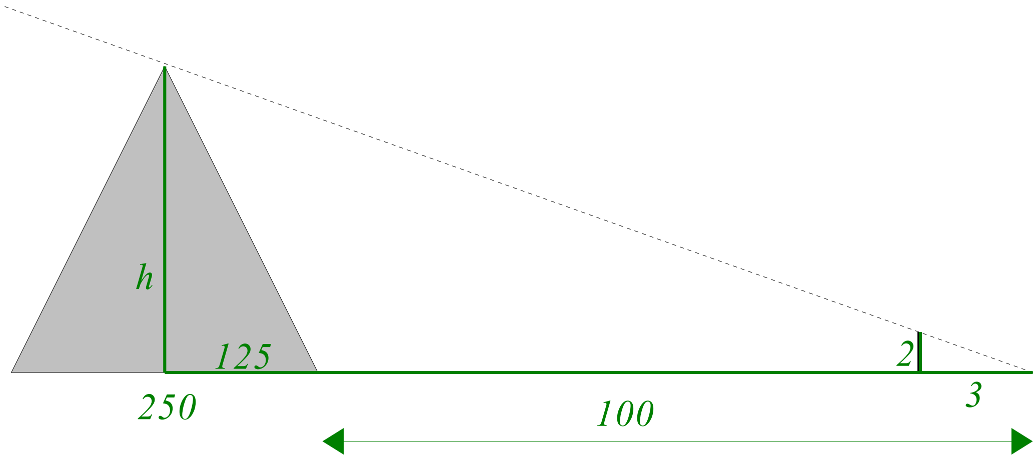
---

3 Eine quadratische Pyramide besitzt eine untere Kantenlänge von 250m. Ein Forscher will die Höhe der Pyramide ermitteln und stellt dazu einen 2m langen Stab senkrecht so in den Schatten der Pyramide auf, dass der Schatten der Pyramidenspitze und der Schatten der Stabspitze zusammen fallen.



Nun misst der Forscher die Entfernung vom Fuß des Stabes bis zur Schattengrenze (3m) und von der Schattengrenze bis zum Fuß der Pyramide (100m).
Berechne die Höhe der Pyramide. Die Messung erfolgt, wenn die Sonnenstrahlen genau senkrecht zur

Grundseite der Pyramide verlaufen.

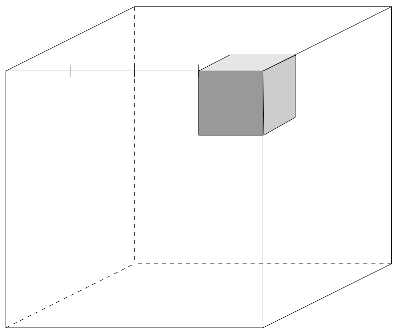


Aus der erweiterten Zeichnung folgt: $\frac{h}{125+100}=\frac{2}{3} \Rightarrow h=\frac{2}{3}\cdot 225=\frac{450}{3}=150$

Die Pyramide hat also die Höhe 150m.

---

4 Berechne mit Hilfe der Strahlensätze, welchen Anteil der ausgefüllte Körper am großen Würfel hat.



Die Seitenlänge g des großen Würfels ist das 4-fache der Seitenlänge k des kleinen Würfels.

Es gilt: $\frac{g}{k}=\frac{4}{1} \Rightarrow g=4\cdot k$

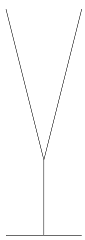
Für das Volumen des großen Würfels gilt $V_{groß}=g^3$ *und für das Volumen des kleinen Würfels gilt* $V_{klein}=k^3$.

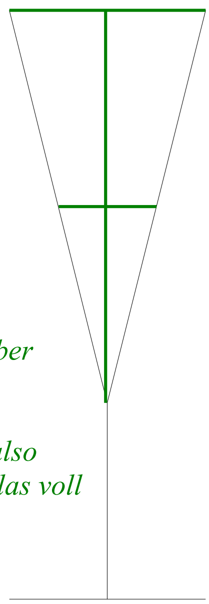
Also gilt: $V_{groß}=g^3=(4\cdot k)^3=64\cdot k^3=64\cdot V_{klein}$

Der kleine Würfel enthält also nur den 64. Teil des großen Würfels als Volumen.

---

5 Ein Sektkelch steht unter einem tropfenden Wasserhahn. Nach 10 Minuten ist der Kelch bis zur halben Höhe gefüllt. Berechne, wie lange es bei gleich bleibendem Tropfen noch dauert, bis der Kelch ganz gefüllt ist.





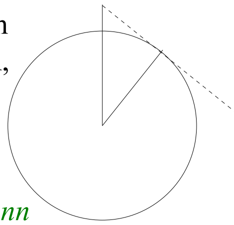
Auf Grund der Strahlensätze und der Gesetze der zentrischen Streckung folgt, dass der Durchmesser des Kelchs oben 2-mal so groß ist wie der Durchmesser des Kelchs auf halber Höhe.

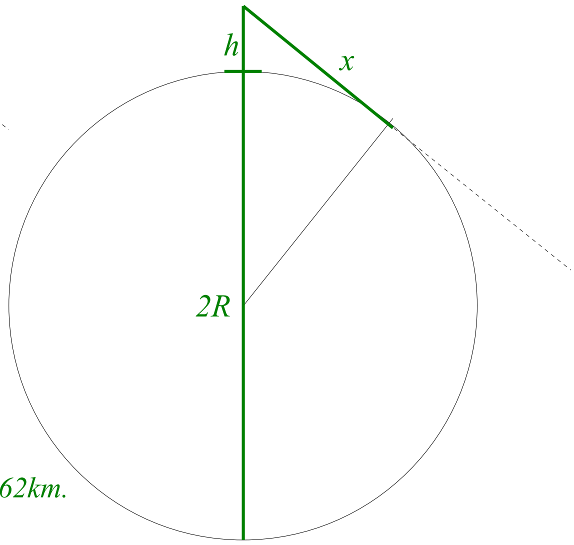
Die Querschnittsfläche ist oben 2^2*-mal oder 4-mal so groß wie die Querschnittsfläche auf halber Höhe.*

Das ganze Volumen ist 2^3*-mal oder 8-mal so groß wie das Volumen des halb gefüllten Glases.*

Das Füllen des ganzen Glases dauert also 8-mal so lange wie das Füllen des halben Glases, also 80 Minuten. Da schon 10 Minuten vergangen sind, dauert es also noch 70 Minuten, bis das Glas voll ist.

6 Berechne, wie weit man vom Eiffelturm (Höhe 300m) aus sehen kann. Nimm an, dass die Erde eine Kugel mit dem Radius 6370km ist.





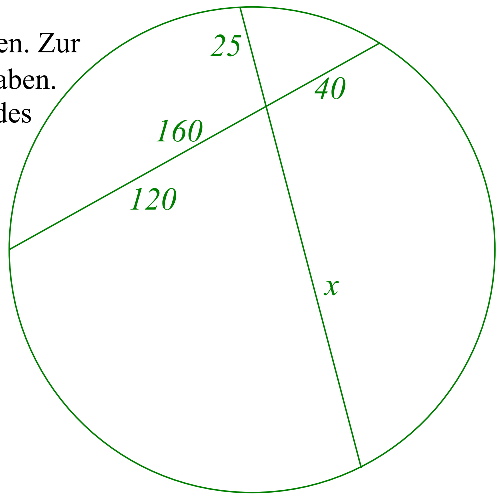
Zur Lösung lässt sich der Sekanten-Tangenten-Satz heranziehen: Am weitesten kann man sehen, wenn man tangential zur Erdoberfläche schaut. Von der Eiffelturm-Spitze bis zum Tangentenberührungspunkt beträgt die Länge x. Der Eiffelturm hat die Höhe h und der Erddurchmesser hat die Länge 2 mal Erdradius = 2R.

Damit gilt: $x^2 = h \cdot (h + 2R) = 0{,}3 \cdot (0{,}3 + 2 \cdot 6370) = 3822$

Durch Probieren (da Wurzeln noch nicht bekannt sind) mit dem Taschenrechner erhält man für x einen Wert zwischen 61km und 62km.

---

7 Eine riesige Abraumhalde ist kegelförmig aufgeschüttet worden. Zur Untersuchung des unteren Bereichs werden zwei Tunnel gegraben. Sie verlaufen waagrecht und führen nicht durch das Zentrum des Kegels.
Der erste Tunnel hat die Länge 160m. Bei der Bohrung des zweiten Tunnels trifft man nach 25m Bohrung auf den ersten Tunnel an der Stelle, an dem dieser eine Entfernung von 40 m zum einen Ausgang besitzt.
Berechne, wie weit man bis zum Ende des zweiten Tunnels noch bohren muss.



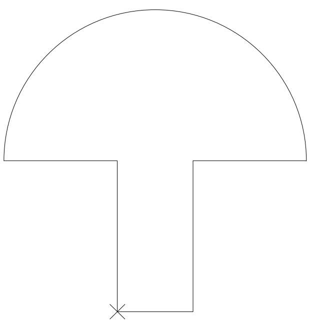
Zeichnet man sich den Grundriss auf, so erkennt man, dass man mit Hilfe des Sehnensatzes die Lösung bestimmen kann:

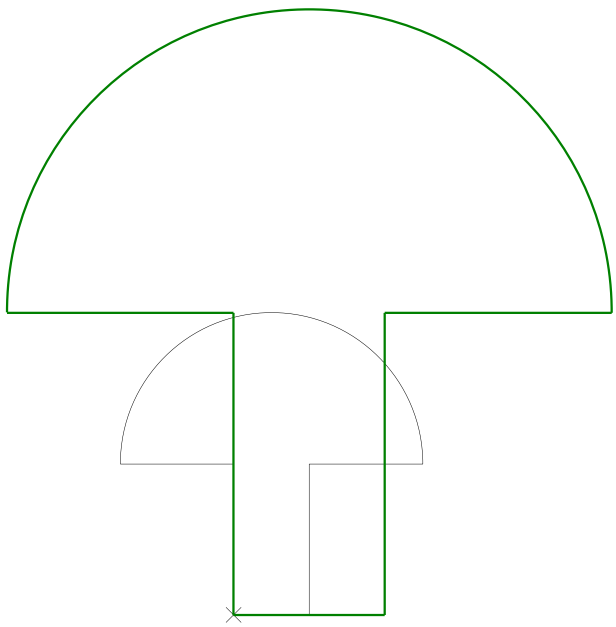
$$x \cdot 25 = 40 \cdot 120 \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 120}{25} = 192$$

Man muss also noch 192m weiter bohren.

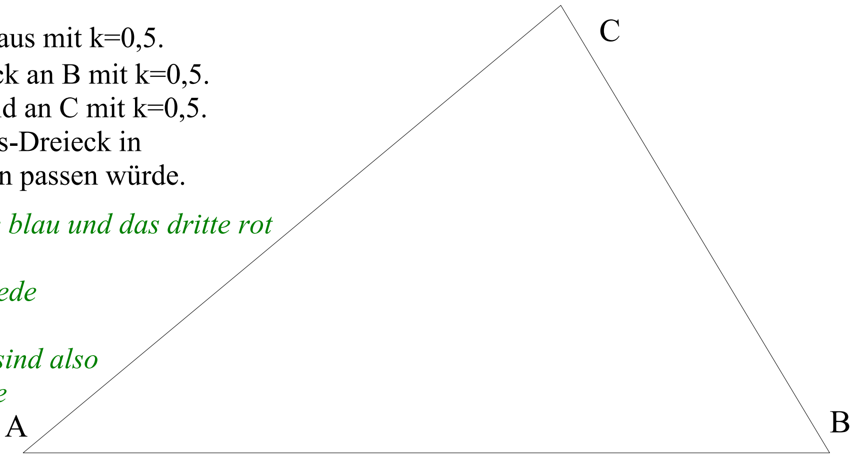
---

8 Strecke die Figur zentrisch mit dem Streckfaktor k=2.

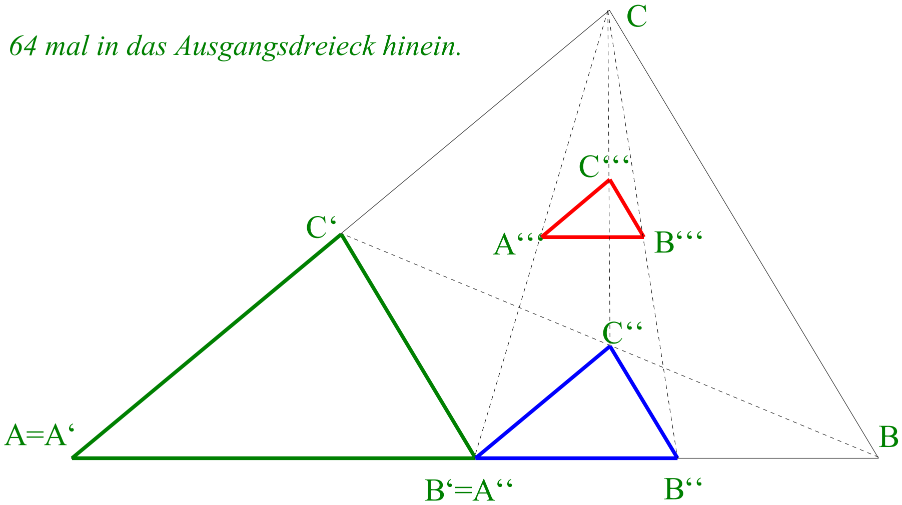




9 Strecke das Dreieck von A aus mit k=0,5.
Dann strecke das Bilddreieck an B mit k=0,5.
Dann strecke das zweite Bild an C mit k=0,5.
Gib an, wie oft das Ergebnis-Dreieck in das gegebene Dreieck hinein passen würde.



Das erste Bild ist grün, das zweite blau und das dritte rot gezeichnet.
Mit jedem Strecken halbiert sich jede Dreiecksseite.
Die Seiten des Ausgangsdreiecks sind also 2^3-mal, also 8-mal, so lang wie die Seiten des roten Dreiecks.
Da sich die Flächen mit dem Quadrat des Streckfaktors ändern, ist die Ausgangsfläche 8^2-mal, also 64-mal, so groß wie die Fläche des rot umrandeten Dreiecks.
Das Ergebnisdreieck passt also 64 mal in das Ausgangsdreieck hinein.



Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!