2007-01-22 Klassenarbeit 3 Klasse 6e Mathematik

Lösung *Version 2007-01-25*

Bei allen Ergebnissen müssen die Brüche vollständig gekürzt werden!

1 Gib durch Ankreuzen an, ob es sich um ein Zufallsexperiment handelt:

a) Man schaut morgens nach, ob es regnet. ☒ ja ☐ nein

Zufallsversuch, da man die Entwicklung des Wetters nicht vorhersagen kann.

b) Man schaut in der heutigen Tageszeitung nach, ob im Datum die Ziffer 7 vorkommt. ☐ ja ☒ nein

Kein Zufallsversuch, da wir im Jahr 2007 leben und deshalb die 7 mit Sicherheit im Jahres-Datum vorkommt.

c) Man hat bei einem Lego-Stein jede Seite mit der Zahl 3 beschriftet und würfelt nun mit dem Stein eine Zahl. ☐ ja ☒ nein

Kein Zufallsversuch, da mit Sicherheit eine 3 gewürfelt wird. Es gibt ja keine anderen Ergebnisse.

---

2 Man wirft eine Münze 17-mal. Ergebnisse sind „Wappen" (W) und „Zahl" (Z).

a) Wie oft wird wohl in etwa das Ergebnis „Zahl" erscheinen?

Da für beide Seiten der Münze die Wahrscheinlichkeit gleich ist, wird jede Seite etwa in der Hälfte der Fälle erscheinen, also 8- bis 9-mal.

b) Lucia behauptet, bei 17-maligem Werfen hätte sie 14 mal „Wappen" erhalten. Kann das sein? Begründung!

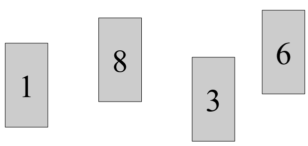
Ja, es kann sein, denn bei einem Zufallsversuch sind auch größere Abweichungen möglich. Allerdings treten größere Abweichungen nur selten auf.

c) Manuel hat 3-mal die Münze geworfen und jedes Mal „Zahl" erhalten. Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass er beim 4. Werfen „Wappen" erhält.

Die Wahrscheinlichkeit ist $\frac{1}{2}$ *, denn die vorherigen Ergebnisse wirken sich nicht auf den kommenden Münzwurf aus.*

---

3 Nebenstehend sind 4 Karten abgebildet.
2 der Karten werden gezogen und es wird die Summe gebildet.
Berechne die Wahrscheinlichkeiten p(4), p(9) und p(10).



Folgende Kombinationen und daraus folgende Summen sind möglich:

Kombination	1;3	1;6	1;8	3;6	3;8	6;8
Summe	4	7	9	9	11	14

Insgesamt gibt es 6 verschiedene Ergebnisse. Daraus folgt:

$$p(4)=\frac{1}{6} \;\; ; \;\; p(9)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3} \;\; ; \;\; p(10)=0$$

4 Bei der Überprüfung von Schokoküssen in einer Süßwarenfabrik werden alle Teile ausgesondert, die in der Schokoladenhülle einen Riss haben. Man hat festgestellt, dass bei 60 produzierten Schokoküssen 8 fehlerhaft sind.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein beliebig ausgewählter Schokokuss defekt ist (natürlich bevor die defekten Schokoküsse aussortiert wurden!).

Wegen der Angaben im Aufgabentext gilt $p(defekt)=\frac{8}{60}=\frac{2}{15}$

b) Die fehlerhaften Schokoküsse werden in 100-Stück-Packungen sehr günstig verkauft. Berechne, wie viele Schokoküsse im Mittel insgesamt produziert werden müssen, damit eine solche 100-Stück-Packung vollständig gefüllt werden kann.

Mit Hilfe des Dreisatzes wird berechnet:

defekt		*hergestellt*
8		*60*
	:2	
4		*30*
	·25	
100		*750*

Es müssen also 750 Schokoküsse hergestellt werden.

---

5 Man würfelt mit 2 Würfeln W8 (auf jedem Würfel sind 8 gleiche Flächen; die Flächen tragen die Zahlen von 1 bis 8). Die Augensumme der beiden geworfenen Würfel wird berechnet. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Augensumme größer als 3 ist.

Insgesamt sind $8\cdot 8=64$ *Ergebnisse möglich. Da es sehr viele „Erfolge" gibt, wird die Wahrscheinlichkeit mit Hilfe der Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses berechnet:*

$$p(>3)=1-p(\leq 3)=1-\frac{3}{64}=\frac{64-3}{64}=\frac{61}{64}\ ,$$

denn zum Gegenereignis gehören die 3 Würfe (1;1) , (1;2) und (2;1).

---

6 Beim Werfen einer Heftzwecke findet Franz heraus: p( ) = 0,63 und p( ) = 0,38.

a) Paula meint, dass das nicht stimmen könne. Gib eine Begründung für Paulas Aussage.

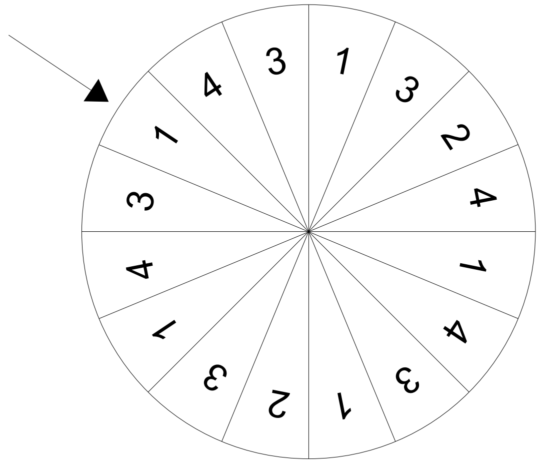
Die Summe aller Wahrscheinlichkeiten eines Zufallsversuchs muss 1 sein.
Hier ergibt sich p( ) + p( ) = 0,63 + 0,38 = 1,01. Das ist um 0,01 zu viel.

b) Wie kann der Fehler zu Stande gekommen sein? Welche Wahrscheinlichkeiten könnte Franz herausgefunden haben, bevor er sein Ergebnis aufschrieb? Gehe dabei davon aus, dass Franz beim Zufallsversuch keinen Fehler gemacht hat.

Der Fehler könnte durch Runden zustande gekommen sein: Wenn Franz die Wahrscheinlichkeiten p( ) = 0,625 und p( ) = 0,375 herausgefunden hat (das ist wegen 0,625 + 0,375 = 1,000 nicht zu beanstanden), hat er die Ergebnisse auf 2 Nachkommastellen gerundet und dabei durch 2-maliges Aufrunden insgesamt mehr als 1 erhalten.

---

7 Beim Glücksrad gilt die Zahl als gewählt, auf die der Pfeil zeigt. Berechne auf diesem Blatt:



Da ein Laplace-Versuch vorliegt, gilt:

$$p(\mathit{Ereignis}) = \frac{\mathit{Anzahl\ der\ günstigen\ Ergebnisse}}{\mathit{Anzahl\ aller\ Ergebnisse}}$$

a) p(4) = $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

b) p(2 oder 3) = $\frac{7}{16}$

c) p(gerade Zahl) = $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

d) p(Zahl ist kleiner als 5) = $\frac{16}{16} = 1$

e) p(Zahl ist größer als 1) = $1 - p(1) = 1 - \frac{5}{16} = \frac{16-5}{16} = \frac{11}{16}$

---

8 Johannes und Margarethe finden bei einem geheimnisvollen Haus einen Würfel, der aus Lebkuchenteig gebacken ist und der Zahlenpunkte aus Zuckerguss besitzt.
Die Form des Würfels hat sich leider beim Backen etwas verändert, so dass die verschiedenen Zahlen nicht mit gleicher Häufigkeit auftreten.
Johannes wirft den Würfel 20 mal und erhält dabei 7 mal die 5.
Margarethe hat mehr Ausdauer und würfelt bei 100 Versuchen 18 mal die 5.
Während des Würfelns ist unbemerkt eine unheimliche Gestalt erschienen, die die Kinder einsperren will. Falls sie aber sagen können, wie groß die Wahrscheinlichkeit für das Werfen einer 5 bei dem Würfel ist, sollen sie frei kommen. Es wird noch verraten, dass die Wahrscheinlichkeit durch einen Bruch angegeben werden kann, der im Zähler eine 1 und im Nenner eine einstellige Zahl besitzt.
Hilf den Beiden und gib mit Begründung die Lösung an.

Johannes erhält $p(5) = \frac{7}{20} \overset{5}{=} \frac{35}{100} = 0{,}35$, *Margarethe erhält* $p(5) = \frac{18}{100} = 0{,}18$

Wandelt man die Brüche mit 1 im Zähler und einer 1-stelligen Zahl im Nenner in Dezimalzahlen um, so ergibt sich $\frac{1}{2} = 0{,}5\,;\ \frac{1}{3} = 0{,}33\,;\ \frac{1}{4} = 0{,}25\,;\ \frac{1}{5} = 0{,}20\,;\ \frac{1}{6} = 0{,}17\,;\ \frac{1}{7} = 0{,}14$

Nach dem Ergebnis von Johannes müsste die richtige Wahrscheinlichkeit wohl $p(5) = \frac{1}{3}$ *sein, nach Margarethes Ergebnis* $p(5) = \frac{1}{6}$.

Da Margarethe mehr Versuche durchgeführt hat, sollte man ihrem Ergebnis auf Grund des „Gesetzes der großen Zahl" mehr vertrauen als dem Ergebnis von Johannes. Andererseits kann man aber auch nicht ganz sicher sein, weil die Abstände zwischen den Versuchsergebnissen und einigen theoretischen Werten nicht sehr groß sind.

Vorschlag: Um das Ergebnis von Johannes mit zu berücksichtigen, nimmt man die Wahrscheinlichkeit $p(5) = \frac{1}{5} = 0{,}20$ *als Kompromiss. Hoffen wir für die Beiden, dass es so stimmt! Sonst muss die Geschichte doch so wie im Märchen weiter gehen...*

VIEL ERFOLG BEI DER BEARBEITUNG DER AUFGABEN!