2005-12-21 Klausur 2 Klasse 11b Mathematik

Name: ______________________________ Rohpunkte: /

Bewertung:

1 Zwei Folgen sind gegeben, a_n in rekursiver und b_n in expliziter Form:

$a_{n+1}=2\cdot a_n+4\,;\,a_1=-2$ $\qquad$ $b_n=\frac{1}{3}\cdot n^3-n^2+\frac{8}{3}\cdot n-4$

a) Geben Sie die ersten drei Folgenglieder jeder Folge an.

b) Untersuchen Sie, ob $a_n=b_n$ für alle n gilt.

---

2 Berechnen Sie die Grenzwerte der beiden Folgen c_n und d_n.

$c_n=\frac{2\cdot n^2-4\cdot n+12}{9+12\cdot n^2}$ $\qquad$ $d_n=3^{\frac{1}{n}}-4$

---

3 Gegeben ist die Folge $a_n=\frac{7\cdot n+6}{n+1}$.

a) Zeigen Sie durch Rechnung (ohne Taschenrechner), dass die Folge für alle n monoton wachsend ist.

b) Zeigen Sie durch Rechnung (ohne Taschenrechner), dass 8 für die Folge eine obere Schranke ist.

---

4 Berechnen Sie den Grenzwert der geometrischen Folge mit $a_1=5$ und $q=\frac{3}{4}$.

---

5 Der Summenwert einer geometrischen Reihe beträgt 2006.
Der erste Summand der zugehörigen geometrischen Folge sei $a_1=1$.
Berechnen Sie den Wert des konstanten Quotienten q.

Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben mit dem Taschenrechner.
Benutzte Formeln jeweils auf dem Klausurbogen protokollieren!

---

6 Für ein Handy muss monatlich 9,90 € Grundgebühr bezahlt werden.
Jede Gesprächsminute kostet 22,5 Cent.
Die Telefonrechnung soll monatlich 100 € nicht überschreiten.
Berechnen Sie, wie viel Minuten man dann monatlich telefonieren kann.
Geben Sie die Formel an, mit der Sie auf dem Taschenrechner gearbeitet haben.

7 Zur Geburt und zu jedem Geburtstag ihre Kindes wollen Eltern 1 000 € auf ein Konto einzahlen. Das Geld wird während der gesamten Laufzeit mit einem festen Zinssatz verzinst. Nach 18 Jahren sollen sich auf dem Konto 30 000 € befinden.

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Taschenrechners, wie hoch der Zinssatz sein muss.

b) Da ein solcher Zinssatz nicht angeboten wird: Wie viel Geld müssen die Eltern jährlich einzahlen, damit bei einem Zinssatz von 3 % nach 18 Jahren der Betrag von 30 000 € auf dem Konto überschritten wird?

8

> *Je nach Vorkommensgebiet kann sie [die Pappel] eine Größe von 20 bis 35 m erreichen. In unseren Breiten wächst kein Baum schneller als Pappeln. Diese Art hat ihr Wachstum bereits mit 60 Jahren abgeschlossen.*
> Quelle: www.wikipedia.de, Stichwort: Espe/Pappel

Eine Pappel der Größe 1 m wird gepflanzt. Nach einem Jahr hat die sie die Höhe 1,20 m erreicht. Die Pappel soll später tatsächlich eine Höhe von 35 m erreichen.
Zeigen Sie, dass der Faktor q in der Formel zum logistischen Wachstum etwa den Wert 0,2 besitzt und rechnen Sie dann auch mit diesem genäherten Wert.

a) Berechnen Sie, wie lange es dauert, bis die Pappel ihre größte Höhe von 35 m erreicht hat.

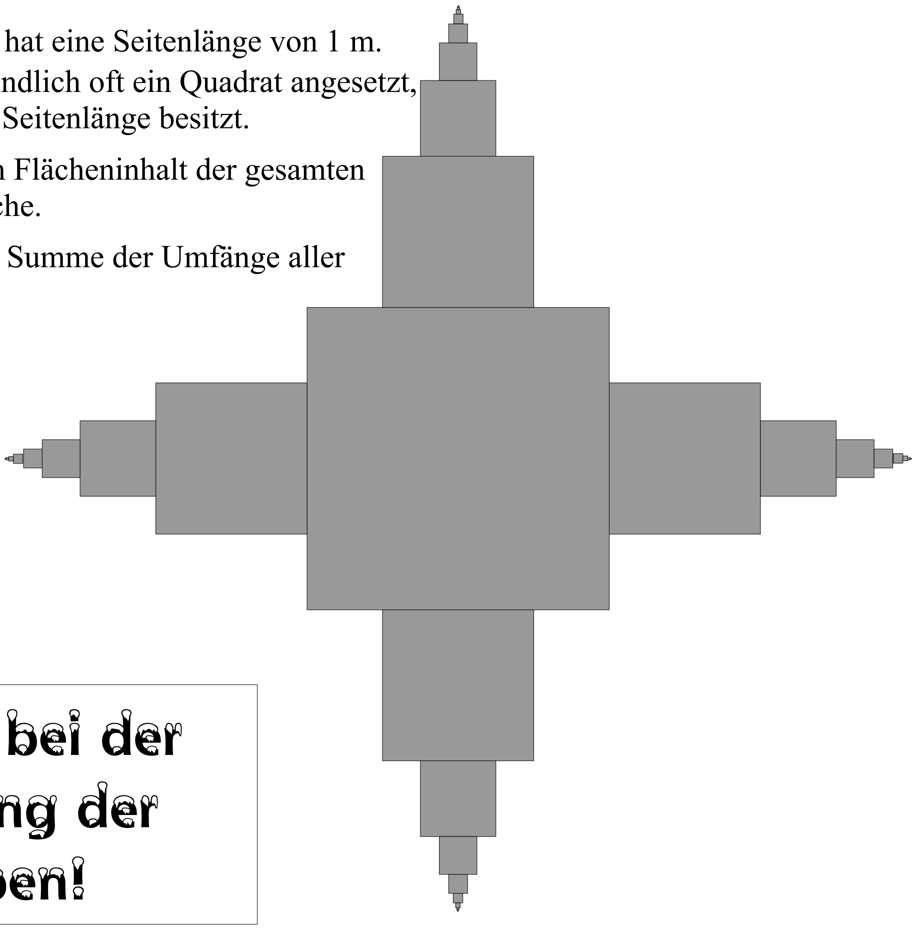
b) Steht das Ergebnis im Widerspruch zur Aussage in der Wikipedia? Wenn ja, wie lässt sich dieser Widerspruch erklären?

---

9 Das mittlere Quadrat hat eine Seitenlänge von 1 m.
Nach außen wird unendlich oft ein Quadrat angesetzt, das jeweils die halbe Seitenlänge besitzt.

a) Berechnen Sie den Flächeninhalt der gesamten grau getönten Fläche.

b) Berechnen Sie die Summe der Umfänge aller Quadrate.



Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!

Einige Formeln – ungeordnet und unkommentiert

$$\boxed{a_{n+1} = q \cdot a_n + c}$$

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1) \cdot c}$$

$$\boxed{a_{n+1} = q \cdot a_n}$$

$$\boxed{a_{n+1} = a_n + \frac{q}{G} \cdot a_n \cdot (G - a_n)}$$

$$\boxed{a_{n+1} = a_n + c}$$

$$\boxed{a_n = q^{n-1} \cdot a_1 + c \cdot \frac{q^{n-1} - 1}{q - 1}}$$

$$\boxed{a_n = q^{n-1} \cdot a_1}$$