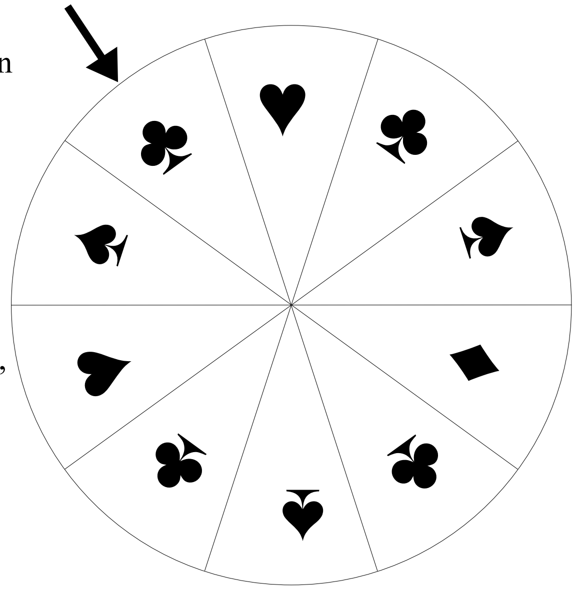
Lösung

1 Beim nebenstehenden Glücksrad mit den Symbolen Kreuz, Pik, Herz und Karo ist jeweils das Feld ausgewählt, auf das der Pfeil zeigt.
Gewinnplan:

Symbol	♠	♣	♥	♦
Gewinn	0	1	3	6



a) Berechne, wie viel Einsatz man verlangen muss, damit das Spiel fair ist.

Symbol	Gewinn k	p(Symbol)	k*p
♠	0	3/10	0
♣	1	4/10	4/10
♥	3	2/10	6/10
♦	6	1/10	6/10
		E=	16/10

Da der Erwartungswert $\frac{16}{10}=1{,}6$ *beträgt, muss auch der Einsatz 1,6 betragen.*

Formeln siehe Tabelle zu Aufgabenteil b)

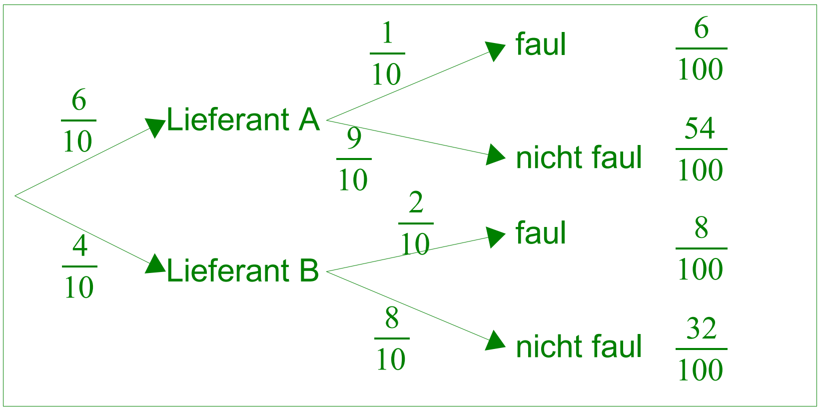
b) Wenn man sich die Rechnung erleichtern will, kann man eine Calc-Tabelle erstellen, die den auf Grund des Gewinnplans zu erwartenden Gewinn berechnet.
Fülle die gegebene Leer-Tabelle entsprechend mit Werten und Formeln aus.
Falls der Platz nicht reicht, kannst Du die Formeln an anderer Stelle aufschreiben. Du musst dann aber angeben, in welcher Zelle die Formel stehen soll.

	A	B	C	D
1	Symbol	Gewinn k	p(Symbol)	k*p
2	♠	0	=3/10	=B2*C2
3	♣	1	=4/10	=B3*C3
4	♥	3	=2/10	=B4*C4
5	♦	6	=1/10	=B5*C5
6				
7			E=	
8				

Formel in D7: =Summe(D2:D5)

2 Ein Obsthändler erhält zu sehr niedrigem Preis zwei Lieferungen mit Äpfeln, von denen in der Lieferung A 10% und in der Lieferung B 20% im Innern schon angefault sind.
60% der Gesamtlieferung kommt vom Lieferanten A und der Rest vom Lieferanten B.
Da man die faulen Stellen von außen nicht erkennen kann, wird die gesamte Lieferung gut durchmischt an die Kunden verkauft.
Berechne, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass ein Kunde beim Kauf eines Apfels einen faulen Apfel erhält.

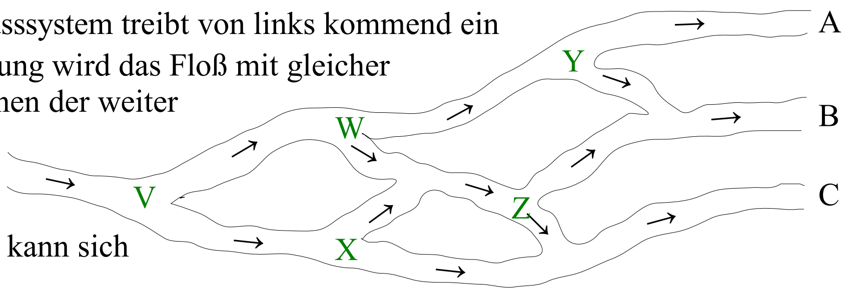
Pfaddiagramm:



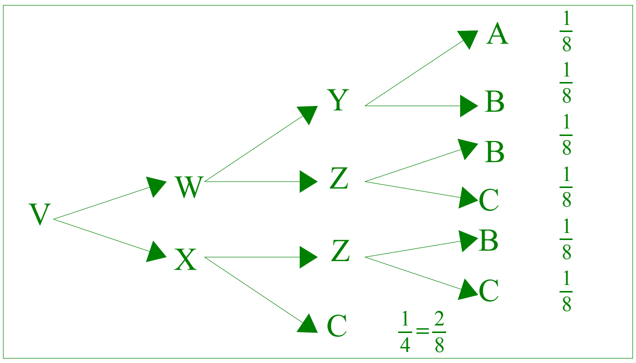
Die Zahlen rechts im Rahmen geben die Wahrscheinlichkeiten für alle möglichen Ergebnisse an. Die Wahrscheinlichkeit für den Kauf eines faulen Apfels ergibt sich aus der Summe der Wahrscheinlichkeiten für die Fälle "faul": $\frac{6}{100}+\frac{8}{100}=\frac{14}{100}=14\,\%$.

---

3 Auf nebenstehendem Flusssystem treibt von links kommend ein Floß. An jeder Verzweigung wird das Floß mit gleicher Wahrscheinlichkeit in einen der weiter führenden Teilarme treiben.
Gegen die Strömung (durch Pfeile dargestellt) kann sich das Floß nicht bewegen.
Berechne für jeden der drei Ausflüsse die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Floß diesen Ausgang erreicht.



Das Flusssystem ist äquivalent zu folgendem Pfaddiagramm. Zu beachten ist, dass es nur darauf ankommt, wann sich der Flussarm teilt. Das Zusammenfließen bedeutet im Pfaddiagramm eine Summenbildung bei zwei Ergebniswahrscheinklichkeiten.



An jedem Pfeil steht die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$.

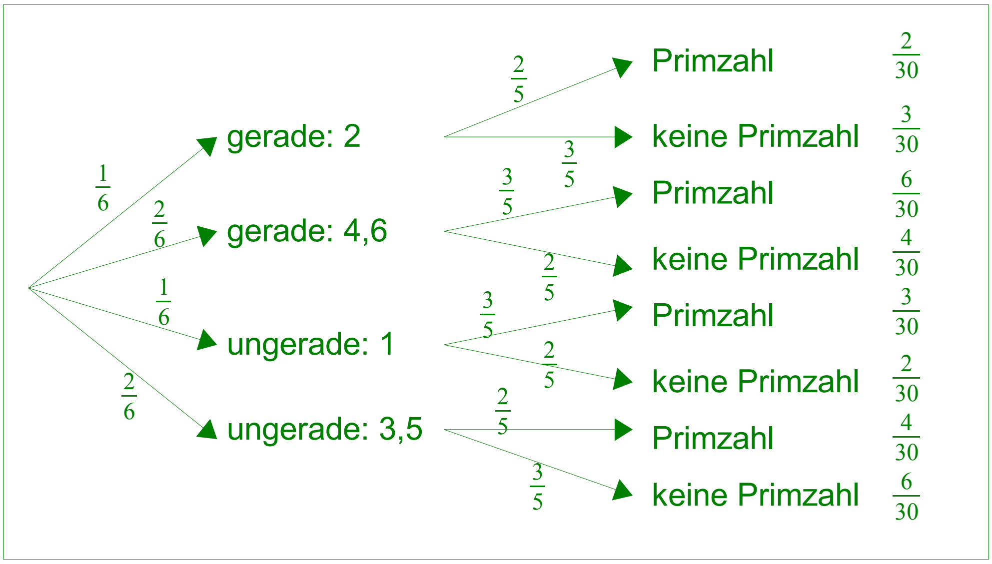
Für die Ausflüsse A, B und C ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$p(A)=\frac{1}{8}$ $\qquad p(B)=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$

$p(C)=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{2}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

4 In einem Behälter befinden sich 6 Kugeln, auf denen die Ziffern von 1 bis 6 aufgedruckt sind.
Zunächst zieht man eine Kugel.
Ist die aufgedruckte Zahl gerade, so muss man beim Ziehen der zweiten Kugel eine Primzahl ziehen, um zu gewinnen.
Ist die aufgedruckte Zahl ungerade, so muss für einen Gewinn die zweite Kugel **keine** Primzahl zeigen.
(Achtung: 1 ist keine Primzahl!)
Vor dem Ziehen der zweiten Kugel wird die erste Kugel **nicht** wieder in den Behälter gelegt.
Berechne die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn.

*Es liegt hier ein Ziehen **ohne** Zurücklegen vor.*
Gerade Zahlen sind 2, 4 und 6, *ungerade Zahlen sind 1, 3 und 5*
Primzahlen sind 2, 3 und 5 *keine Primzahlen sind 1, 4 und 6*
Daraus ergibt sich folgendes Pfaddiagramm mit den eingezeichneten Wahrscheinlichkeiten.



Also gilt:

1. $p(\text{gerade } und \text{ Primzahl}) = \frac{2}{30} + \frac{6}{30} = \frac{8}{30}$
2. $p(\text{gerade } und \text{ keine Primzahl}) = \frac{3}{30} + \frac{4}{30} = \frac{7}{30}$
3. $p(\text{ungerade } und \text{ Primzahl}) = \frac{3}{30} + \frac{4}{30} = \frac{7}{30}$
4. $p(\text{ungerade } und \text{ keine Primzahl}) = \frac{2}{30} + \frac{6}{30} = \frac{8}{30}$

Da man in den Fällen 1. und 4. gewinnt, ergibt sich die Gesamtwahrscheinlichkeit für einen Gewinn zu $p(1.\ oder\ 4.) = \frac{8}{30} + \frac{8}{30} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$.

5 Zwei normale Würfel (W6) werden geworfen. Wenn das Produkt der Augenzahlen größer als 10 ist, erhält man einen Gewinn.

a) Berechne schriftlich die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn.

Die Produkte der Augenzahlen kann man aus folgender Tabelle ablesen:

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

Da beide Würfel 6 Zahlen haben, gibt es $6 \cdot 6 = 36$ *Möglichkeiten für ein Ergebnis.*
In 17 Fällen (nachzählen!) ist das Produkt größer als 10.
Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn beträgt also: $p(\mathit{Gewinn}) = \frac{17}{36}$.

b) Schreibe eine Simulation für dieses Spiel. Gefragt ist nach der Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn.
100 Versuche sollen ausgewertet werden.
Schreibe in die Zellen (nachfolgende Leertabelle) die entsprechenden Zahlen und Formeln.
Wenn Formeln kopiert werden sollen, gib das durch einen Pfeil an, der von der Zelle ausgeht, in der die Originalformel steht.

Beispiel:

=C3*B5-7 ↓

bedeutet

=C3*B5-7
=C4*B6-7
=C5*B7-7
=C6*B8-7
=C7*B9-7
=C8*B10-7
=C9*B11-7

	A	B	C	D	E	F
1	6	2	12	1	51	0,51
2	2	5	10	0		
3	3	6	18	1		
4	5	3	15	1		
5	5	5	25	1		
6	6	1	6	0		
7	4	3	12	1		
8	1	2	2	0		

Raum für Formeln, die in die Zellen oben eingetragen werden sollen.
Bitte Zellenbezeichnung angeben!

In A1 und B1 steht jeweils die Formel ***=Zufallsbereich(1;6)*** *{Würfelzahlen werden ermittelt}*
In C1 steht die Formel ***=A1*B1*** *{Produkt der Würfelzahlen wird ermittelt}*
In D1 steht die Formel ***=wenn(C1>10;1;0)*** *{Bei Gewinn steht eine 1, sonst eine 0}*
Die Formeln in A1, B1, C1 und D1 werden jeweils in die 99 darunten liegenden Zellen kopiert.
In E1 steht die Formel ***=Summe(D1:D100)*** *{Anzahl der Gewinne in 100 Spielen}*
In F1 steht die Formel ***=E1/100*** *{relative Häufigkeit für einen Gewinn}*
In der Tabelle ist ein Beispiellauf eingetragen. Die Zeilen 9 bis 100 werden nicht angezeigt.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!