

Name: \_\_\_\_\_

Rohpunkte: /



Bewertung: Punkte ( )

1 Berechnen Sie, ab welchem  $n$  die Folge  $a_n = n^2 - 20n$  monoton ist.

2 Finden Sie eine beliebige obere und eine beliebige untere Schranke für die Folge  $a_n = \frac{3n-1}{n+5}$ .  
Führen Sie den rechnerischen Nachweis für Ihre Vermutungen.

3 Untersuchen Sie, ob folgende Folgen einen Grenzwert besitzen.

- Wenn es einen Grenzwert gibt, geben Sie diesen Grenzwert an und zeigen Sie durch kurze Rechnung oder knappe schriftliche Begründung, wie Sie den Grenzwert gefunden haben.
- Wenn es keinen Grenzwert gibt, erläutern Sie kurz, warum es keinen Grenzwert gibt.

$$a_n = \frac{7n-3}{2-7n}$$

$$b_n = \frac{2^{3n+1} - 4}{4 \cdot 2^{3n} + 8}$$

$$c_n = \frac{n^3 - 1}{n^2}$$

$$d_n = \frac{3 \cdot \sin n}{\sqrt{n}}$$

$$e_n = (-1)^n \cdot \frac{1-2n}{n+5}$$

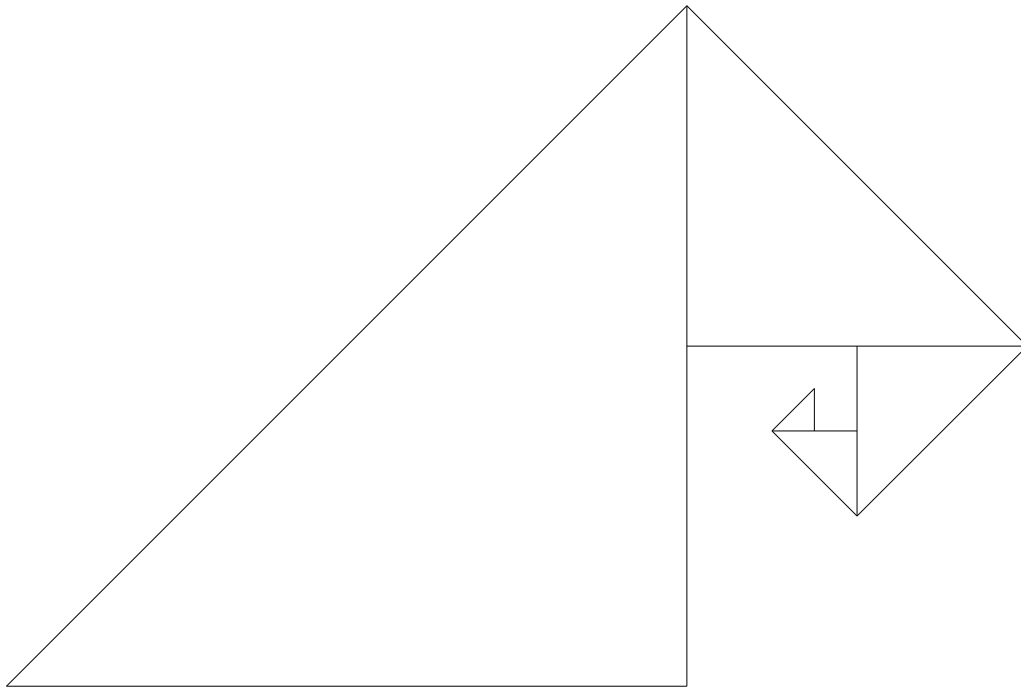
$$f_n = \frac{\left(n - \frac{1}{2}\right) \left(n + \frac{1}{2}\right)}{n^2 - \frac{1}{4}}$$

4 Die Folge  $a_n = \frac{4n}{2-3n}$  hat den Grenzwert  $-\frac{4}{3}$ .  
Beweisen Sie diese Aussage unter Verwendung der Ungleichung  $|a_n - g| < \varepsilon$ .

5 Von einer geometrischen Folge sind nur zwei Folgenglieder bekannt:  $a_3 = 36$  ;  $a_4 = 24$ .  
a) Zeigen Sie, dass  $a_1 = 81$  und berechnen Sie den Wert von  $a_5$ .  
b) Bestimmen Sie die Summe aller Folgenglieder dieser Folge. Falls Sie kein  $q$  ermitteln können (und nur dann!), rechnen Sie mit  $q = \frac{5}{7}$ .

6 Von einer geometrischen Folge weiß man, dass das erste Folgenglied den Wert  $a_1 = 5$  hat und dass die Summe aller Folgenglieder 8,75 beträgt.  
Berechnen Sie den Wert von  $q$  und geben Sie die Werte von  $a_2$  und  $a_3$  an.

- 7 Die unten abgebildete Dreiecksspirale denkt man sich unendlich weit nach innen fortgesetzt. Die Dreiecke sind alle rechtwinklig. Das größte Dreieck hat zwei Katheten mit den Seitenlängen 1. Das nächstkleinere Dreieck hat jeweils Seiten der halben Länge. Berechnen Sie den Flächeninhalt der gesamten (d.h. von allen unendlich vielen Dreiecken bedeckten) Fläche. Zusatzaufgabe für Zusatzpunkte (also keine Pflichtaufgabe!): Berechnen Sie den Umfang (also nur außen liegende Begrenzungen) der gesamten entstehenden Figur.



---

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!