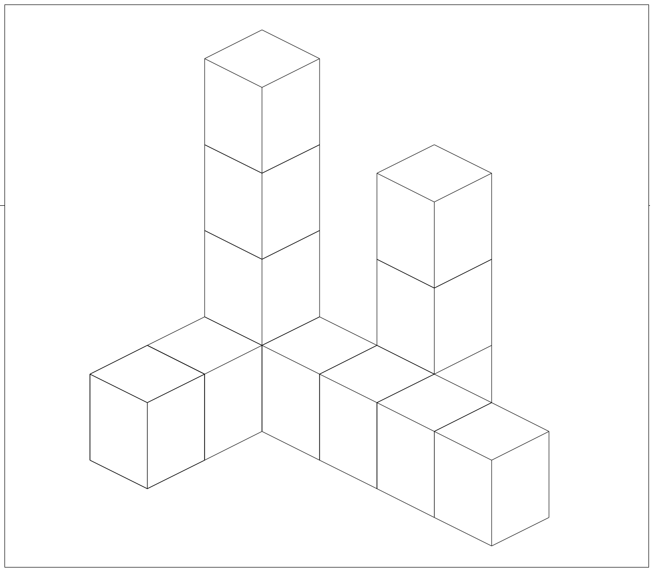
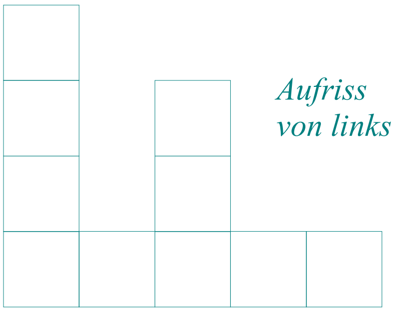
09.12.2004 Klassenarbeit 2 Klasse 8k Mathematik

Lösung

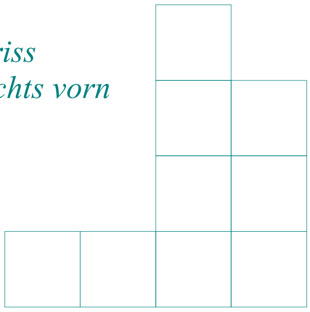
1 Zeichne zu nebenstehendem Schrägbild den Grundriss, den Seitenriss und den Aufriss.

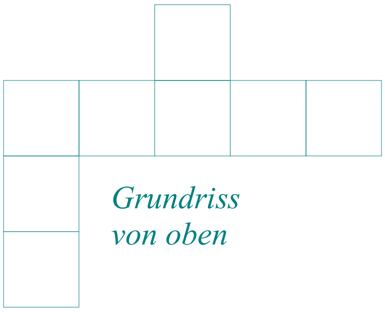




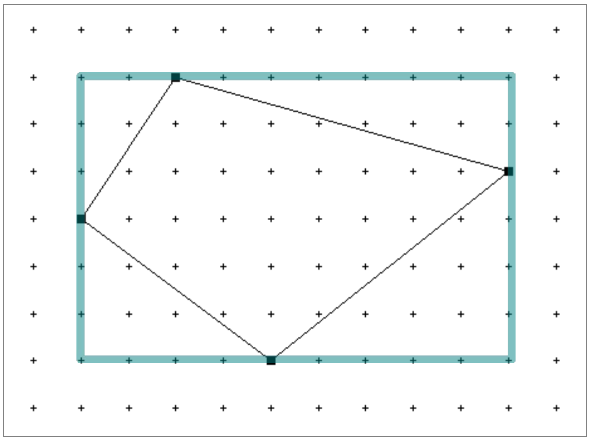
Aufriss
von links vorn

Seitenriss
von rechts vorn





Grundriss
von oben



Berechnung der Teilflächen:

umschließendes Rechteck: $A_R = a \cdot b = 9 \cdot 6 = 54$

Dreieck links oben: $A_{lo} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$

Dreieck rechts oben: $A_{ro} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 2 = 7$

Dreieck links unten: $A_{lu} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$

Dreieck rechts unten: $A_{ru} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 10$

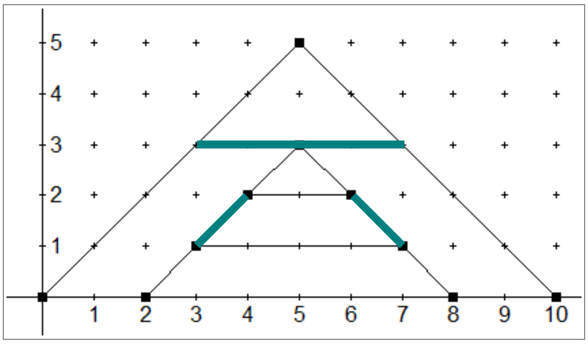
Vierecksfläche:

$A_R - A_{lo} - A_{ro} - A_{lu} - A_{ru} = 54 - 3 - 7 - 6 - 10 = 28$

2 Berechne den Flächeninhalt der links oben stehenden Fläche.
Der Abstand zwischen den Gitterpunkten ist jeweils eine Längen-Einheit.

Der Flächeninhalt beträgt 28 Flächeneinheiten.

3 Berechne den Flächeninhalt des Buchstabens A.



Mit den eingezeichneten Hilfslinien lässt sich das A in 2 Parallelogramme, 1 Trapez und 1 Dreieck aufteilen:
Parallelogramme unten links und unten rechts:

$A_{ul} = A_{ur} = g \cdot h = 2 \cdot 3 = 6$

Trapez: $A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (a+c) \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (4+2) \cdot 1 = 3$

Dreieck: $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$

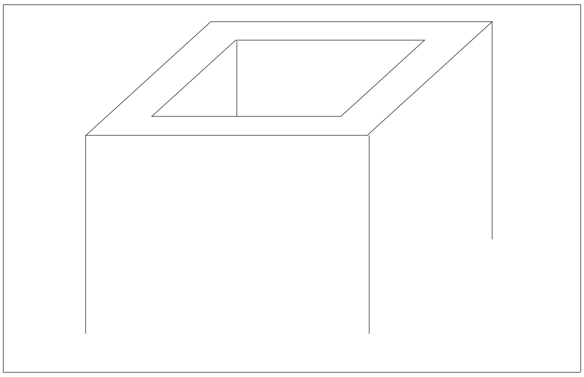
Die Gesamtfläche ergibt sich aus der Addition der Teilflächen:

$A_{gesamt} = A_{ul} + A_{ur} + A_{Trapez} + A_{Dreieck} = 6+6+3+4 = 19$

---

4 Der Schornstein, dessen oberer Teil rechts abgebildet ist, hat einen Außendurchmesser von 100 cm. Die Wandstärke beträgt 10 cm.

Der Schornstein ist 5 m hoch.
Berechne, wie viele Steine man etwa zum Bau des Schornsteins gebraucht, wenn jeder Stein 10 cm breit, 5 cm hoch und 20 cm lang ist.



Man kann sich den Schornstein als Prisma denken.
Die Grund- und Oberseite werden gebildet aus einem großen Quadrat mit Seitenlänge 100 cm, aus dem ein kleines Quadrat mit Seitenlänge 80 cm ausgeschnitten wird. Die Höhe des Prismas ist die Höhe des Schornsteins.

Fläche des großen Quadrates: $A_{groß} = 100\,cm \cdot 100\,cm = 10000\,cm^2$

Fläche des kleinen Quadrates: $A_{klein} = 80\,cm \cdot 80\,cm = 6400\,cm^2$

Grundfläche des Prismas: $G_{Prisma} = A_{groß} - A_{klein} = 10000\,cm^2 - 6400\,cm^2 = 3600\,cm^2$

Volumen des Prismas: $V_{Prisma} = G_{Prisma} \cdot h_{Prisma} = 3600\,cm^2 \cdot 500\,cm = 1800000\,cm^3$

Berechnung des Stein-Volumens:

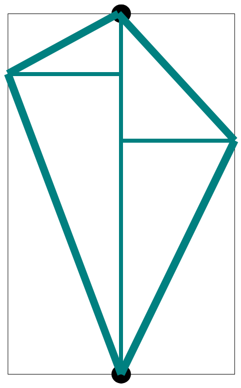
$V_{Stein} = a \cdot b \cdot c = 10\,cm \cdot 5\,cm \cdot 20\,cm = 1000\,cm^3$

Um festzustellen, wie viel Steine man für den Bau des Schornsteins gebraucht, dividiert man das Volumen des Schornsteins durch das Volumen eines Steins:

$$Anzahl_{Steine} = \frac{V_{Schornstein}}{V_{Stein}} = \frac{1800000\,cm^3}{1000\,cm^3} = 1800$$

Es werden also 1800 Steine benötigt.

5 In nebenstehendem Rechteck sind die Mitten der oberen und unteren Seite markiert. Markiere nun zusätzlich noch 2 beliebige Punkte, einen auf der linken Seite des Rechtecks und einen auf der rechten Seite.
Dann verbinde die Punkte so, dass sich ein Viereck ergibt, dessen Seiten sich nicht überschneiden.
Berechne den Flächeninhalt dieses Vierecks. Das Rechteck hat die Seitenlängen 3 cm und 5 cm.



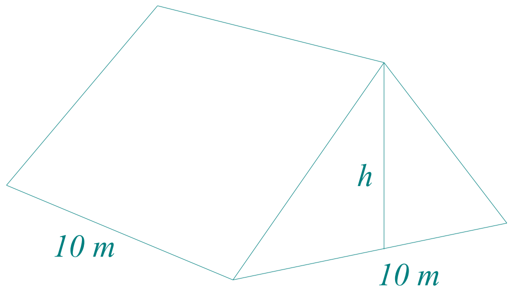
Das entstehende Viereck teilt man durch eine Strecke vom oberen zum unteren markierten Punkt in zwei Teildreiecke auf. Diese Strecke ist die Grundseite beider Dreiecke und hat die Länge 5 cm (= Höhe des Rechtecks).
Die Höhen der beiden Dreiecke sind jeweils halb so lang wie die Rechtecksbreite, also 1,5 cm.
Die gesuchte Fläche des Vierecks ist gleich der Summe der Flächen beider Dreiecke:

$$A_{Viereck} = A_{Dreieck1} + A_{Dreieck2} = \frac{1}{2} \cdot 5\,cm \cdot 1{,}5\,cm + \frac{1}{2} \cdot 5\,cm \cdot 1{,}5\,cm = 7{,}5\,cm^2$$

Das gesamte Rechteck hat den Flächeninhalt $A_{Rechteck} = 3\,cm \cdot 5\,cm = 15\,cm^2$
Das Viereck ist also halb so groß wie das Rechteck.
Da die Punkte auf den Seitenkanten beliebig festgelegt wurden, gilt das für alle möglichen Vierecke, die nach den Bedingungen der Aufgabe gezeichnet werden können.

---

6 Auf dem 100 m langen und 20 m breiten Parkplatz vor dem EuroSpar waren Steine von 10 cm Höhe verlegt. Beim Abriss des Geschäftes wurden diese Steine fein zermahlen und zu einem Haufen aufgeschichtet, dessen Form an ein Prisma erinnerte: Die Seitenflächen sahen wie ein Dreieck mit der Grundseite 10 m aus. Insgesamt war der Haufen 10 m lang.
Berechne, wie hoch der Haufen war.



Das Volumen des Haufens berechnet sich nach der Prisma-Formel so:

$$V_{Prisma} = G \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 10\,m \cdot h \cdot 10\,m = 50\,m^2 \cdot h$$

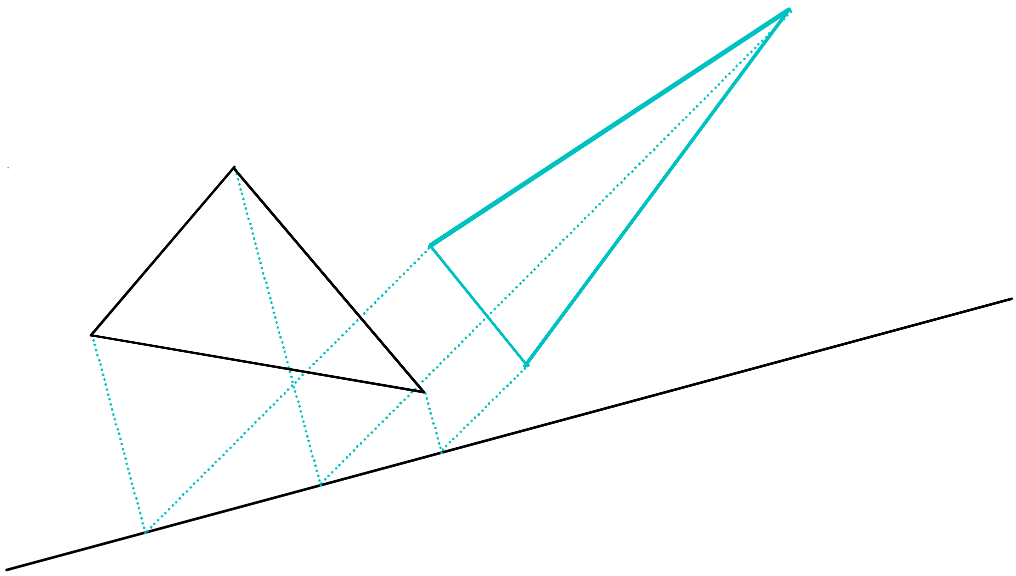
Das Volumen der Steine ergibt sich aus der Fläche des Parkplatzes multipliziert mit der Höhe der Steine: $V_{Steine} = 100\,m \cdot 20\,m \cdot 0{,}1\,m = 200\,m^3$

Die beiden Volumina sind gleich: $V_{Prisma} = V_{Steine} \Rightarrow 200\,m^3 = 50\,m^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{200\,m^3}{50\,m^2} = 4\,m$

Der Haufen hatte also eine Höhe von 4 m.

---

7 Zeichne ein Schrägbild des Dreiecks mit α=30° und k=2.
Die schräge Linie ist die Abbildungsgerade.



VIEL ERFOLG BEI DER BEARBEITUNG DER AUFGABEN!