19.09.2003 Klausur 1 Kurs Ma23 Mathematik Lk

Name: ________________________ Rohpunkte: /

Bewertung: Punkte ( )

---

1 Lösen Sie mit Hilfe von Determinanten folgendes Gleichungssystem: $\begin{array}{l} 3x-7y=5 \\ 8x+5y=2 \end{array}$.

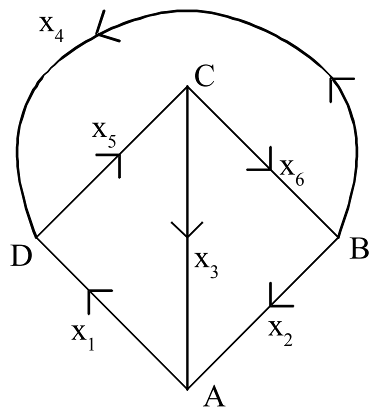
---

2 Lösen Sie auf beliebigem Weg folgende Gleichungssysteme

a) $\begin{array}{l} 2x-3y+5z-w=3 \\ 2x-2y-z-3w=5 \end{array}$ b) $\begin{array}{l} 4x-y=9 \\ 2x+3y=1 \\ 8x+5y=11 \end{array}$.

---

3 Nebenstehend sehen Sie ein geschlossenes schematisches Straßennetz, das nur aus Einbahnstraßen besteht.
Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, das den Verkehrsfluss auf diesen Straßen beschreibt.
Lösen Sie das Gleichungssystem und entscheiden Sie auf Grund ihrer Überlegungen und Rechnungen, ob die Straße x_5 zwischen D und C und die Straße x_2 zwischen B und A im Mittel gleich stark befahren sein können.



---

4 Gegeben ist das Gleichunsgsystem $\begin{array}{r} 2\cdot x-a\cdot y=5 \\ x+3\cdot y=b \end{array}$.

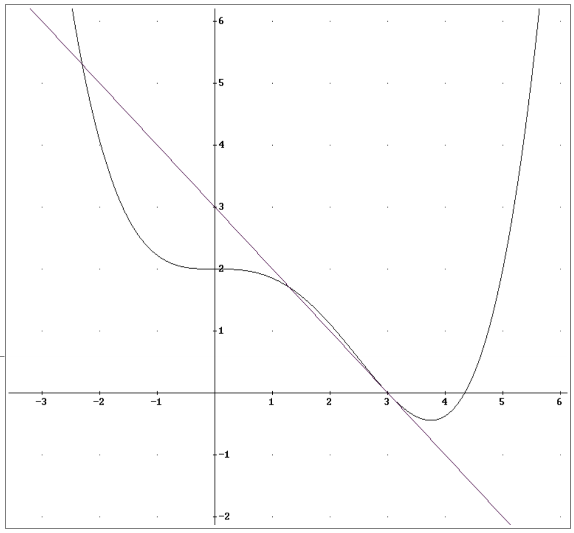
Berechnen Sie, für welche Werte von a und b das Gleichungssystem
a) keine,
b) genau eine,
c) unendlich viele Lösungen
besitzt.

---

5 Berechnen Sie mit Hilfe eines Gleichungssystems eine Lösung $(x_1; x_2; x_3; x_4)$ für folgende Reaktionsgleichung und suchen Sie dann die kleinstmöglichen positven ganzen Zahlen für diese x_i heraus.

$$x_1\cdot Ca+x_2\cdot H_3PO_4 \rightarrow x_3\cdot Ca_3P_2O_8+x_4\cdot H_2$$

6 Der Graph besitzt im ganzzahligen y-Achsenabschnitt einen Sattelpunkt und eine ganzzahlige Nullstelle, in der die Tangente eingezeichnet ist.
Die zugehörige Funktionsgleichung hat den Grad 4.
Berechnen Sie auf Grund dieser Angaben und mit Hilfe des Graphen die Funktionsgleichung der Kurve.



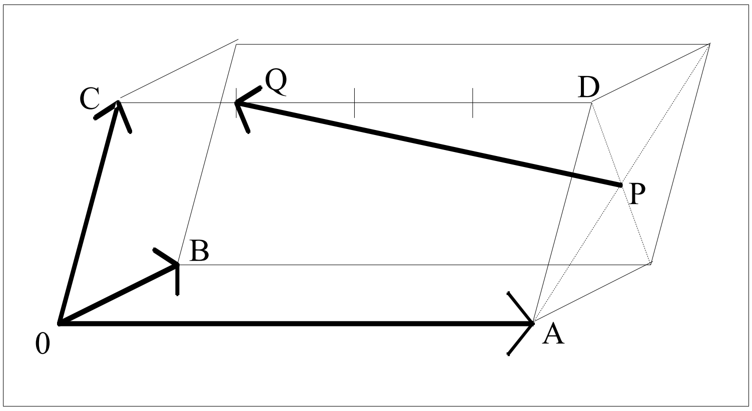
---

7 Berechnen Sie, für welchen a-Wert der Vektor $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ durch die Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$ durch Linearkombination darstellbar ist.

---

8 In nebenstehender Figur ist die Seite CD des Parallelflachs in 4 gleiche Teile geteilt. Einer der Teilpunkte ist Q.
Die Diagonalen der rechten Seitenfläche schneiden sich in P.

Beschreiben Sie mit Hilfe der Vektoren, die von 0 nach A, von 0 nach B und von 0 nach C laufen, den Vektor, der von P nach Q zeigt.



---

9 Gegeben ist eine Menge, die Elemente der Form $(a_1; a_2)$ enthält, für die eine Verknüpfung + definiert ist. Zeigen Sie, dass mit den Verknüpfungen in beiden Teilaufgaben kein Vektorraum vorliegt. Geben Sie sämtliche Bedingungen an, die gegen einen Vektorraum sprechen. Untersuchen Sie in jedem Fall ausführlich die Existenz des neutralen und inversen Elementes.

Definition 1: Es sei V eine Menge und + eine Verknüpfung in V; je zwei Elementen $\vec{a}, \vec{b} \in V$ sei also ein Element $\vec{a} + \vec{b} \in V$ zugeordnet, welches wir die Summe von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ nennen. Dabei sollen folgende Gesetze gelten:

(1) Für alle $\vec{a}, \vec{b} \in V$ gilt $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (Kommutativgesetz).
(2) Für alle $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in V$ gilt $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ (Assoziativgesetz).
(3) Es gibt ein $\vec{o} \in V$ mit $\vec{a} + \vec{o} = \vec{a}$ für alle $\vec{a} \in V$ (Neutrales Element).
(4) Zu jedem $\vec{a} \in V$ existiert ein $\vec{a}' \in V$ mit $\vec{a} + \vec{a}' = \vec{o}$ (Inverses Element).

Ferner ist jedem Paar $(r; \vec{a})$ mit $r \in \mathbb{R}$ und $\vec{a} \in V$ ein Element aus V zugeordnet, welches wir mit $r\vec{a}$ bezeichnen und das r-fache von $\vec{a}$ nennen. Dabei sollen folgende Gesetze gelten:

(5) Für alle $r, s \in \mathbb{R}$ und alle $\vec{a} \in V$ gilt $(rs)\vec{a} = r(s\vec{a})$.
(6) Für alle $r \in \mathbb{R}$ und alle $\vec{a}, \vec{b} \in V$ gilt $r(\vec{a} + \vec{b}) = r\vec{a} + r\vec{b}$.
(7) Für alle $r, s \in \mathbb{R}$ und alle $\vec{a} \in V$ gilt $(r+s)\vec{a} = r\vec{a} + s\vec{a}$.
(8) Für alle $\vec{a} \in V$ gilt $1\vec{a} = \vec{a}$.

Dann heißt V ein **Vektorraum**. Die Elemente von V heißen **Vektoren**.

a) $(a_1; a_2) + (b_1; b_2) = (a_1 \cdot b_2; -a_2 \cdot b_1)$
b) $(a_1; a_2) + (b_1; b_2) = (MW(a_1, b_1); MW(a_2, b_2))$, wobei MW(a,b) den Mittelwert (arithmetisches Mittel) von a und b bedeutet.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!