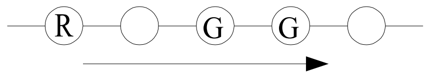
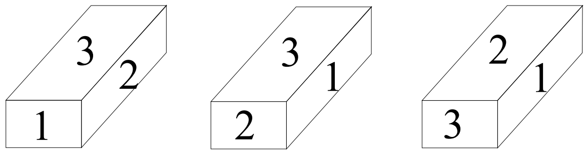
11.02.2004 Klassenarbeit 3 Klasse 7k Mathematik

Lösung

1 Auf dem Spielfeld wird von links nach rechts gezogen.
R steht für „roter Stein“, G für „gelber Stein“.



Rot möchte Gelb mit dem nächsten Wurf hinauswerfen. Welchen der Würfel sollte er wählen? Begründung für die Entscheidung angeben!



Würfel A Würfel B Würfel C

Er sollte Würfel A wählen, weil nur dieser auf den größten Seitenflächen die benötigten Zahlen 2 und 3 hat.
Ein Würfel fällt meistens so, dass er auf den Seiten mit den größten Flächen liegen bleibt.

---

2 Bei der Eröffnung eines neuen Geschäftes hat der Ladeninhaber die Autokennzeichen der geparkten Autos gezählt: 1400 aus DH, 300 aus VEC, 200 aus OS und 100 aus anderen Orten. Gib die relativen Häufigkeiten für die Anzahl der Autos aus den verschiedenen Gebieten als Bruch und in Prozent an.

Insgesamt wurden 1400+300+200+100=2000 Autos gezählt.
Damit berechnen sich die relativen Häufigkeiten zu:

$h(DH)=\frac{1400}{2000}=\frac{7}{10}=0{,}7=70\,\%$ $h(\mathrm{VEC})=\frac{300}{2000}=\frac{3}{20}=\frac{15}{100}=0{,}15=15\,\%$

$h(OS)=\frac{200}{2000}=\frac{1}{10}=0{,}1=10\,\%$ $h(andere\ Orte)=\frac{100}{2000}=\frac{1}{20}=\frac{5}{100}=0{,}05=5\,\%$

---

3 Kai hat einen besonderen Würfel mitgebracht: Mit ihm kann man alle Zahlen von 1 bis 20 würfeln.
Ute sagt: „Die Wahrscheinlichkeit, eine 10 zu werfen, beträgt 5%.“
Antje meint: „Ich muss mindestens 20 mal werfen, damit ich mit Sicherheit auch einmal die Zahl 10 geworfen habe.“
Nimm zu den Aussagen der beiden Mädchen Stellung. Begründe Deine Entscheidung!

zu Ute: Es sind insgesamt 20 Zahlen. 10 kommt nur einmal vor, d.h. $p(10)=\frac{1}{20}=0{,}05=5\,\%$.

Utes Aussage ist also richtig.

zu Antje: Auch wenn man noch so oft würfelt: Man hat keine Sicherheit, dass überhaupt jemals die 10 vorkommt.Denn jedes Mal ist die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der 10 gleich.
Antjes Aussage ist also falsch.
Wir werden später sehen: Würfelt man sehr oft immer 20 mal hintereinander, dann wird nur in etwa 36% aller Fälle bei solch einer 20-er-Serie eine 10 auftauchen.

---

4 Hans verteilt Karten eines Skatblattes (die Karten haben die Werte *7, 8, 9, 10, B, D, K, A,* jeweils in den Farben *Kreuz, Pik, Herz, Karo*; es sind also insgesamt 32 Karten).

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste ausgeteilte Karte eine *10* ist?

Es gibt insgesamt 32 Karten. Da es von jeder Farbe eine 10 gibt, kommt die 10 also 4 mal vor.

Daraus ergibt sich die Wahrscheinlichkeit $p(10)=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$

Als erste Karte wird tatsächlich eine *Herz 10* ausgeteilt.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass als zweite Karte eine weitere *Herz*-Karte verteilt wird?

Nun sind nur noch 31 Karten im Spiel und wegen der bereits gezogenen Herz 10 nur noch 7 Herz-Karten. Also ist die Wahrscheinlichkeit für eine Herz-Karte $p(Herz)=\frac{7}{31}$

Die ersten drei verteilten Karten sind schließlich folgende: *Herz 10, Herz 7* und *Kreuz 10*.

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 4. verteilte Karte entweder eine *10* oder eine *Pik*-Karte ist?

Nachdem 3 Karten gezogen sind, sind noch 29 Karten im Spiel. Die 8 Pik-Karten sind alle noch vorhanden. Von den 10-en sind nur noch 2 dabei. Da eine 10 auch gleichzeitig eine Pik-Karte ist, erfüllen 9 Karten die gestellte Bedingung (8+2-1).

Die Wahrscheinlichkeit für 10 oder Pik ist also $p(10\ oder\ Pik)=\frac{9}{29}$

---

5 In einer Klasse sind 15 Jungen und 15 Mädchen. Für den Tafeldienst werden in jeder Woche 2 Personen ausgelost. Berechne die Wahrscheinlichkeiten für folgende Fälle:

a) Es werden 1 Junge und 1 Mädchen ausgelost.

b) Es werden 2 Jungen ausgelost.

c) Es wird mindestens 1 Mädchen ausgelost.

Abkürzungen: J für Junge und M für Mädchen
Es gibt folgende Ergebnisse des Zufallsversuchs: J+J , J+M , M+J , M+M.

zu a): $p(1\ J\ und\ 1\ M)=p(J+M)+p(M+J)$

Zuerst sind 15 Jungen bei 30 Personen vorhanden, d.h. $p(J)=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$ *. Dann sind noch 15 Mädchen bei 29 Personen da, also* $p(M)=\frac{15}{29}$ *. In 15/29-tel von der Hälfte der Fälle wird also erst ein Junge und dann ein Mädchen gewählt:* $p(J+M)=\frac{1}{2}\cdot\frac{15}{29}$

Aus demselben Grund gilt auch $p(M+J)=\frac{15}{29}\cdot\frac{1}{2}$ *, also* $p(1\ J\ und\ 1\ M)=2\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{15}{29}\right)=\frac{15}{29}$

---

zu b): p(J+J): Beim ersten Losen sind 15 Jungen bei 30 Personen vorhanden, also $p(J)=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$

Beim zweiten Losen sind nur noch 14 Jungen bei 29 Personen da, also $p(J)=\frac{14}{29}$

Die Gesamtwahrscheinlichkeit ist also 14/29-tel von 1/2: $p(J+J)=\frac{1}{2}\cdot\frac{14}{29}=\frac{7}{29}$

zu c): Das Gegenereignis zu „mindestens 1 Mädchen“ ist „kein Mädchen“, was dasselbe ist wie „2 Jungen“. Also: $p(\text{mindestens } 1\, M)=1-p(J+J)=1-\frac{7}{29}=\frac{29}{29}-\frac{7}{29}=\frac{22}{29}$

6

In einer Lostrommel sind 200 Lose, darunter viele Nieten, 10 Gewinne, und 50 Freilose.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine Niete zu ziehen?

Die Anzahl der Nieten erhält man, wenn man von der Anzahl aller Lose die Anzahl der Gewinne und Freilose abzieht: 200 - 10 - 50 = 140. Die Wahrscheinlichkeit, eine Niete zu ziehen, ist also:

$$p(\text{Niete})=\frac{140}{200}=\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$$

b) Die ersten 100 Lose, die verkauft wurden, waren alles Nieten.
Markus meint, zu Beginn sei es 5 mal so wahrscheinlich gewesen, ein Freilos statt eines Gewinns zu ziehen.
Jetzt habe sich die Wahrscheinlichkeit dafür geändert, weil schon viele Lose aus der Trommel entfernt seien.
Beweise oder widerlege seine Aussagen durch Rechnungen.

Zu Beginn gilt: $p(\text{Freilos})=\frac{50}{200}$ *und* $p(\text{Gewinn})=\frac{10}{200}$ *. Die Wahrscheinlichkeit für ein Freilos ist also tatsächlich 5 mal so groß wie die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn, so, wie Markus es auch vermutet hat.*

Später sind noch 100 Lose in der Trommel, darunter 10 Gewinne und 50 Freilose.
Also gilt: $p(\text{Freilos})=\frac{50}{100}$ *und* $p(\text{Gewinn})=\frac{10}{100}$ *Die Wahrscheinlichkeit für ein Freilos ist also immer noch 5 mal so groß wie die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn. Hier irrte sich Markus also.*

7

Simuliere mit den angegebenen Zufallszahlen folgendes Spiel:
Es wird so lange gewürfelt und dabei die Augenzahlen der Würfe addiert, bis eine Summe herauskommt, die durch 7 zu teilen ist.

a) Erkläre, wie Du die Zufallszahlen benutzt, um den Würfelwurf zu simulieren.

b) Bestimme mit Hilfe der Zufallszahlen, wie oft man würfeln muss, bis das Spielziel erreicht ist.

Zufallszahlen: 2 6 3 ~~0~~ 1 5 ~~9~~ 2 3 3 ~~8~~ 1 2 ~~0~~ ~~8~~ 1 ~~9~~ ~~7~~ 6 2 4 ~~8~~ ~~7~~ 3 ~~0~~ ~~9~~ 5 ~~7~~ 2 ~~0~~ 5 4

---

zu a): Alle Zahlen, die keiner Würfelzahl entsprechen (also 0, 7, 8, 9), werden gestrichen. Die restlichen Zahlen werden von links nach rechts der Reihe nach als Würfelzahlen verwendet.

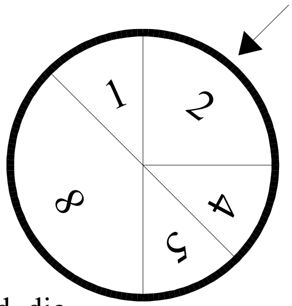
zu b):

Wurf-Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Würfelzahl	2	6	3	1	5	2	3	3	1	2
Summe bis zur Zahl	2	8	11	12	17	19	22	25	26	28

Man muss also 10 mal würfeln, bis man eine Summe erhält, die durch 7 zu teilen ist: 28:7=4

---

8 Bei nebenstehendem Glücksrad ist die Zahl gewählt, auf die der Pfeil zeigt.



a) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine 4 gewählt wird.

b) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine gerade Zahl gewählt wird.

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass keine Zahl gewählt wird, die größer als 5 ist.

zu a): Die Fläche mit der 4 enthält 1/8 der Gesamtfläche, also gilt $p(4)=\frac{1}{8}$

zu b): 2, 4 und 8 sind die geraden Zahlen auf der Scheibe. Die 2 enthält 1/4, die 4 enthält 1/8 und die 8 enthält 3/8 der Gesamtfläche, d.h.

$p(\text{gerade Zahl})=p(2)+p(4)+p(8)=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{3}{8}=\frac{2+1+3}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$ *Das Ergebnis kann man auch sehr schön durch geeignetes Umordnen der Flächen sehen.*

zu c): Größer als 5 ist nur die 8. Zu berechnen ist also die Wahrscheinlichkeit, dass die 8 nicht getroffen wird. Das geht am besten über die Wahrscheinlichkeit für das Gegenereignis:

$$p(\text{keine } 8)=1-p(8)=1-\frac{3}{8}=\frac{8-3}{8}=\frac{5}{8}$$

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!