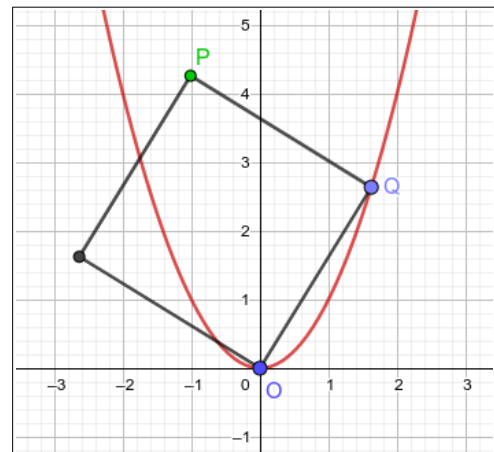


Thema: Kurve in Parameterdarstellung

Gegeben ist die Normalparabel mit der Gleichung $y = x^2$.

Ein Quadrat wird so in das Koordinatensystem gelegt, dass der eine Eckpunkt O im Punkt (0/0) und ein weiterer Eckpunkt Q im 1. Quadranten auf der Parabel liegt (siehe Skizze).

Betrachtet werden soll die Ortskurve aller Punkte P, die als Quadrateckpunkte dem Ursprung diagonal gegenüber liegen (siehe Skizze).



- 1 Zeigen Sie durch vervollständigte Zeichnung und Rechnung, dass die gesuchte Ortskurve gegeben ist durch $x = t - t^2$ und $y = t + t^2$, wobei t jeweils die x-Koordinate des Punktes Q ist, der im 1. Quadranten auf der Parabel liegt.
Ermitteln Sie, aus welchem Bereich die t-Werte gewählt werden müssen, damit alle oben beschriebenen Punkte erreicht werden.
- 2 Untersuchen Sie die Kurve mit der unter 1 angegebenen Parameterdarstellung für $t \in \mathbb{R}$. (Achsen Schnittpunkte, Steigung in den Achsen Schnittpunkten, waagrechte und senkrechte Tangenten, Verhalten für $t \rightarrow \pm\infty$, Skizze des Graphen)
- 3 Der Graph schließt im 1. Quadranten mit der y-Achse ein Flächenstück vollständig ein. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Fläche.
- 4 Ermitteln Sie eine parameterfreie Darstellung der Kurvengleichung in der Form $F(x, y) = 0$.
- 5 Zeigen Sie, dass für zwei t-Werte der Punkt P auf der Parabel liegt und berechnen Sie die Koordinaten der Punkte (Hinweis: ein gesuchter t-Wert liegt zwischen 2 und 3).