

Thema: Kurvenschar mit gebrochenrationaler Funktion (1989)

Gegeben ist die Funktionenschar f_a mit der Gleichung $f_a(x) = \frac{x^2 - x + a}{x + 1}$ mit $a \in \mathbb{R}$.

- 1 Untersuchen Sie die Funktionenschar.
Untersuchungspunkte: Definitionsbereich, Verhalten an den Definitionsgrenzen, Schnittpunkte mit Koordinatenachsen, waagrechte Tangenten, Wendepunkte, Asymptoten.
- 2 Untersuchen Sie mit Hilfe der von Ihnen zu skizzierenden Graphen für $a=0$ und $a=-3$, welchen Einfluss der Parameter a auf die Art des Graphen hat. Gibt es Sonderfälle?
- 3 Welche Bedeutung hat der Punkt mit den Koordinaten $(-1/-3)$ für die Graphen der Schar? Beweisen Sie Ihre Vermutung.
- 4 Untersuchen Sie, ob zwei verschiedene Kurven der Schar einen oder mehrere Punkte gemeinsam haben können.