

## Thema: Trigonometrische und ganzrationale Funktion (1980)

Der Graph der Funktion  $f(x) = \sin(\pi \cdot x)$  soll im Bereich  $-1 \leq x \leq +1$  durch eine ganzrationale Funktion dritten Grades angenähert werden.

- 1 Die Näherungsfunktion  $f_1(x)$  soll mit der gegebenen Funktion  $f(x)$  in den Nullstellen und dem Funktionswert an der Stelle  $x = \frac{1}{2}$  übereinstimmen.  
Geben Sie die Funktionsgleichung für  $f_1(x)$  an.
- 2 Die Näherungsfunktion  $f_2(x)$  soll mit der gegebenen Funktion  $f(x)$  in den Funktionswerten an den Stellen  $x = -\frac{1}{2}$  und  $x = +\frac{1}{2}$  übereinstimmen.  
Die Graphen von  $f(x)$  und  $f_2(x)$  sollen außerdem bei  $x = -\frac{1}{2}$  und  $x = +\frac{1}{2}$  dieselbe Steigung besitzen.  
Geben Sie die Funktionsgleichung für  $f_2(x)$  an.
- 3 Ein Kriterium für die Güte einer Näherungskurve könnte sein, inwieweit der Flächeninhalt der Fläche zwischen gegebener Kurve und x-Achse bzw. Näherungskurve und x-Achse in einem bestimmten Bereich übereinstimmen.  
Berechnen Sie deshalb den Flächeninhalt der Flächen, die von der x-Achse und den Graphen der Funktionen  $f(x)$ ,  $f_1(x)$  und  $f_2(x)$  im Bereich  $-1 \leq x \leq +1$  eingeschlossen werden.  
Welche Näherungskurve ist "besser"?
- 4 Die Näherungsfunktion  $f_3(x)$  soll mit der gegebenen Funktion  $f(x)$  in den Nullstellen und dem Flächeninhalt der Fläche zwischen Kurve und x-Achse übereinstimmen.  
Geben Sie die Funktionsgleichung für  $f_3(x)$  an.