2007-05-16 Klassenarbeit 5 Klasse 9c Mathematik

Lösung *Version 2007-05-26*

1 Der Scheitelpunkt einer Normalparabel liegt bei S(7/-2). Gib die Gleichung der Parabel an.

Da eine Normalparabel vorliegt, ist der Streckfaktor 1. Die Parabel ist um 7 Einheiten in positive x-Richtung und 2 Einheiten in negative y-Richtung verschoben. Also gilt $y=(x-7)^2-2$

---

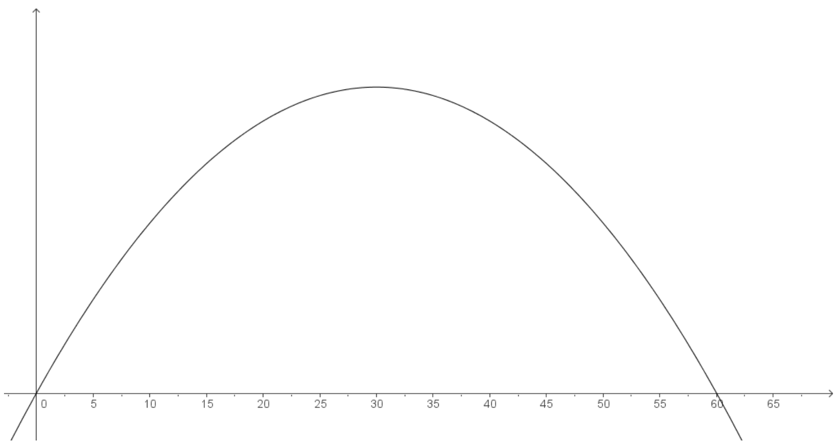
2 Der Scheitelpunkt einer Parabel liegt bei S(-3/5). Ein weiterer Punkt der Parabel ist P(1/0). Gib die Gleichung der Parabel an.

Die Parabel ist gegenüber einer Parabel mit Scheitel in (0/0) um 3 Einheiten in negative x-Richtung und um 5 Einheiten in positive y-Richtung verschoben. Man gelangt vom Scheitel zum Punkt P, indem man 4 Einheiten nach rechts und 5 Einheiten nach unten geht. Bei der Normalparabel müsste man dagegen um $4^2=16$ *Einheiten nach oben gehen. Der Streckfaktor für die gesuchte Parabel ergibt sich also zu* $a=\frac{-5}{16}$.

Es ergibt sich die Gleichung $y=-\frac{5}{16}\cdot(x+3)^2+5$.

---

3 Die y-Achse ist in nebenstehender Zeichnung nicht beschriftet. Die Maßstäbe der y-Achse und der x-Achse sind unterschiedlich.



a) Gib eine mögliche Gleichung für die nebenstehende Parabel an.

Es ergibt sich wegen der Nullstellen die Gleichung $y=x\cdot(x-60)$

b) Gib eine Gleichung mit einem Parameter (= einem Buchstaben, für den man eine Zahl einsetzen kann) an, die <u>alle</u> möglichen Parabeln dieser Zeichnung beschreibt.

Wegen der fehlenden Beschriftung der y-Achse ist der Streckfaktor a unbekannt. Mit diesem Parameter a ergibt sich dann jede mögliche Parabel aus der Gleichung $y=a\cdot x\cdot(x-60)$.

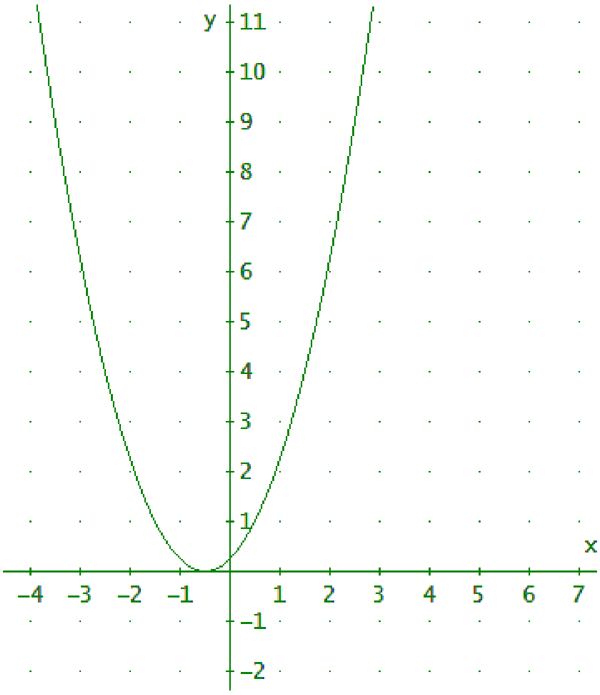
---

4 Berechne, welchen Wert c haben muss, damit der Scheitelpunkt der zur Gleichung $y=x^2-20x+c$ gehörenden Parabel auf der x-Achse liegt.

Es gilt $y=x^2-20\text{x}+c=x^2-20\text{x}+100-100+c=(x-10)^2-100+c$

Wenn der Scheitel auf der x-Achse liegen soll, muss $-100+c=0 \Rightarrow c=100$ *gelten.*

5 Berechne, wo der tiefste Punkt der Parabel mit der zugehörigen Gleichung $y=x^2+x+\frac{1}{4}$ liegt.



Der tiefste Punkt ist der Scheitelpunkt. Man muss die Gleichung also in die Scheitelpunktsform umwandeln:

$y=x^2+1\cdot x+\frac{1}{4}=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+0$.

Der Scheitel und damit der tiefste Punkt der Parabel liegt also bei $S\left(-\frac{1}{2}/0\right)$,

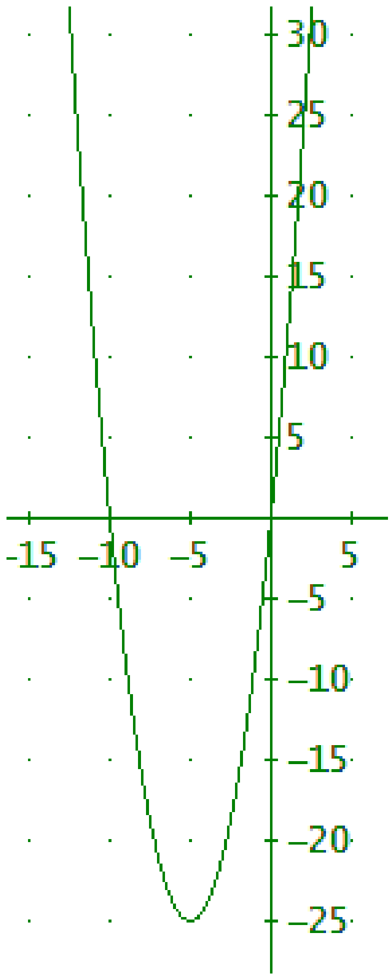
d. h. auf der x-Achse beim x-Wert $-\frac{1}{2}$.

---

6 Der Unterschied zweier Zahlen x und y beträgt 10.
Berechne, wie groß x und y sein müssen, damit das Produkt der beiden Zahlen so klein wie möglich wird.

Aus dem ersten Satz folgt die Bedingung $x-y=10$.

Gesucht ist das kleinste Produkt $P_{minimal}=x\cdot y$.



Man löst die erste Gleichung nach x auf und setzt das Ergebnis in die zweite Gleichung für x ein (man könnte stattdessen auch nach y auflösen, aber mit x lässt es sich wegen der Vorzeichen besser rechnen):

$x-y=10 \;\Rightarrow\; x=y+10$

$P=x\cdot y=(y+10)\cdot y=y^2+10y=y^2+10y+25-25=(y+5)^2-25$

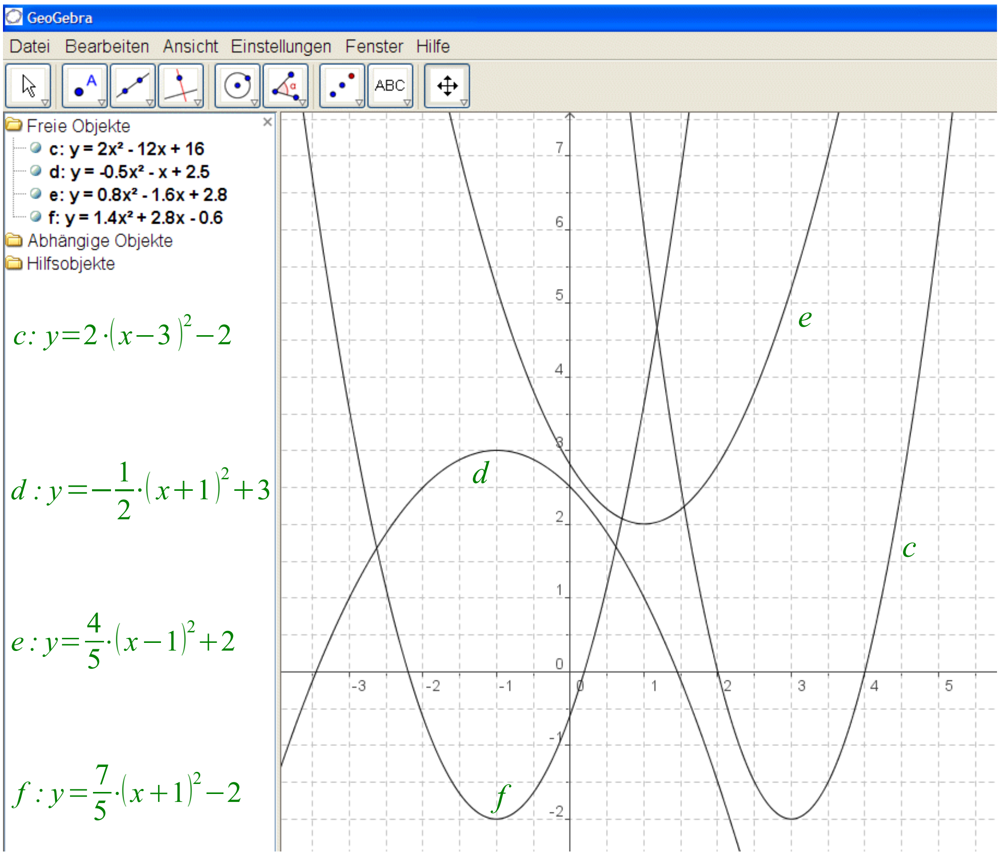
Es ergibt sich eine Parabelgleichung. Die Parabel hat ihren Scheitelpunkt bei $S(-5/-25)$.

Die Parabel ist nach oben geöffnet und hat ihren tiefsten Punkt im Scheitelpunkt. Der y-Wert ist -5 und für das Produkt P ergibt sich der kleinstmögliche Wert -25.

Für x ergibt sich $x=y+10=-5+10=5$.

Die gesuchten Zahlen sind also $x=5$ *und* $y=-5$.

7



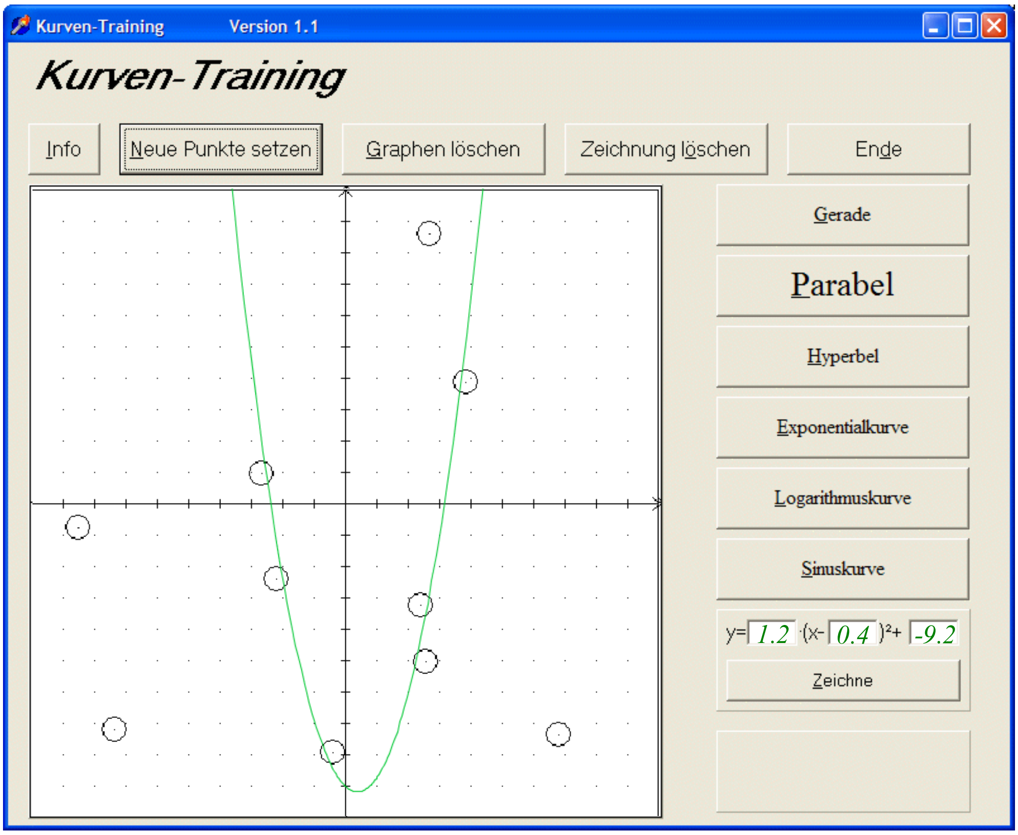
Die Gleichungen links gehören zu den rechts abgebildeten Parabeln. Schreibe die Buchstaben c, d, e und f so an die Parabeln, dass die Gleichungen den Parabeln eindeutig zugeordnet sind.

---

8 Gesucht ist die Gleichung einer Parabel, die möglichst viele Kreise schneidet. Für jeden Schnittpunkt gibt es einen Rohpunkt!

Eine mögliche Lösung mit 6 Treffern:

$y=1{,}2\cdot(x-0{,}4)^2-9{,}2$



Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!